

## Sommario:

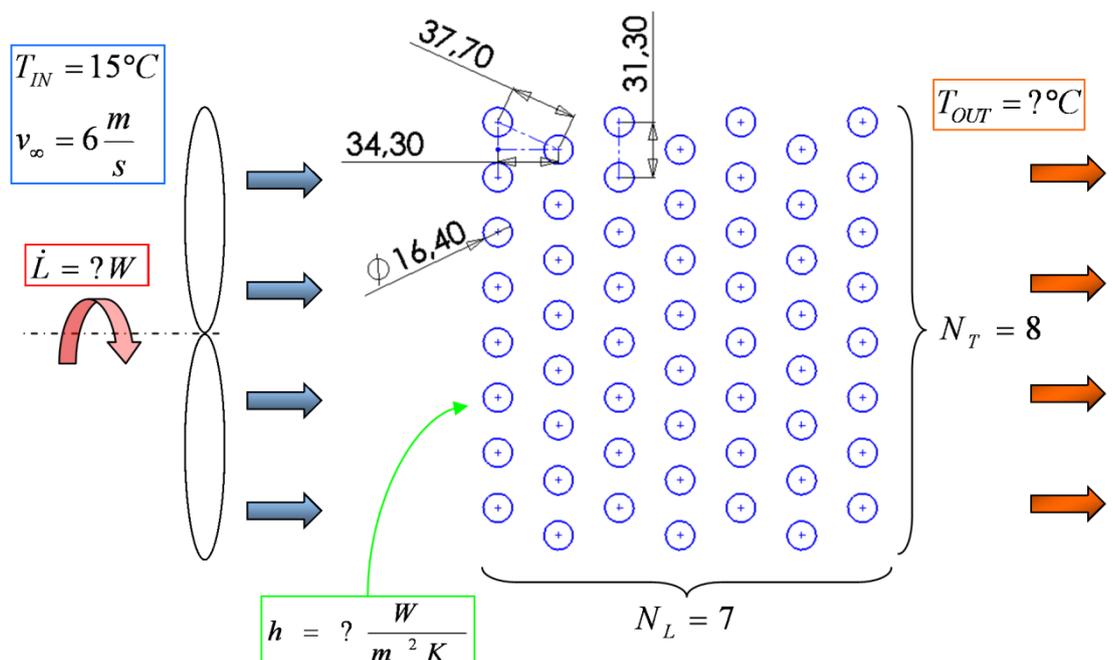
1. Esercizio: fascio tubiero a ranghi sfalsati;
2. Scambiatori a strati granulari;
3. Goccia di fluido in caduta: cenni teorici ed esempio di essiccazione;
4. Raffreddamento in ambiente caldo;
5. Equazione del grado psicrometrico.

### 1. Esercizio: fascio tubiero a ranghi sfalsati, calcolo del fattore di convezione, della temperatura di uscita, della potenza di pompaggio e $\dot{L}$

Sia dato uno scambiatore a fascio tubiero a ranghi sfalsati, attraverso il quale fluisce aria, con le seguenti quote e caratteristiche:

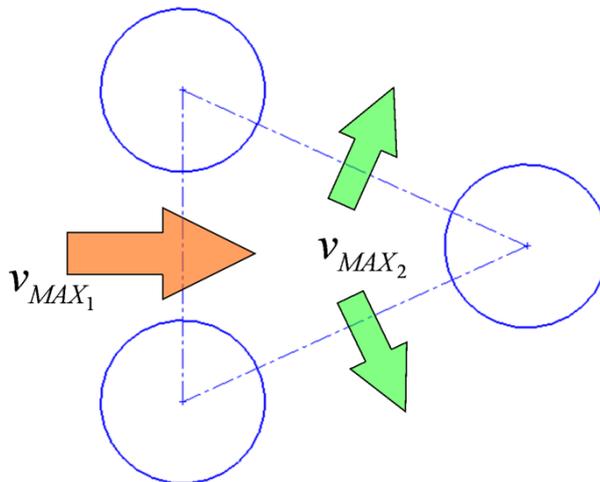
- Diametro esterno tubi  $D = 14.4 \text{ mm}$
- Velocità di ingresso  $v_\infty = 6 \text{ m/s}$  dell'aria
- Passo longitudinale  $s_L = 34.3 \text{ mm}$
- Passo trasversale  $s_T = 31.3 \text{ mm}$
- Numero di ranghi  $N_L = 7$
- Numero di tubi per rango  $N_T = 8$
- Temperatura di parete  $T_p = 70^\circ\text{C}$
- Temperatura ambiente  $T_\infty = 15^\circ\text{C}$

Si vogliono ricavare il fattore di scambio termico  $h$ , la potenza di pompaggio  $\dot{L}$  per spingere l'aria e il rendimento del fascio tubiero.



### a) Calcolo del fattore di convezione

Innanzitutto occorre individuare la velocità massima di attraversamento dell'aria: essendo a ranghi sfalsati, bisogna (longitudinale o diagonale) risulti maggiore:



Sfruttando la relazione di Grimson, ipotizzando quindi che la portata volumica si mantenga costante durante l'attraversamento, la velocità massima longitudinale:

$$v_{MAX_1} = v_{\infty} \cdot \frac{s_T}{s_T - D} = 6 \cdot \frac{0.0313}{0.0313 - 0.0164} = 12.6 \frac{m}{s}$$

successivamente, calcolando prima il passo diagonale:

$$s_D = \sqrt{s_L^2 + \left(\frac{s_T}{2}\right)^2} = \sqrt{0.0343^2 + 0.01565^2} = 0.0377 \text{ m} = 37.7 \text{ mm}$$

si ricava quella diagonale:

$$v_{MAX_2} = \frac{v_{\infty}}{2} \cdot \frac{s_T}{s_D - D} = 3 \cdot \frac{0.0313}{0.0377 - 0.0164} = 4.4 \frac{m}{s}$$

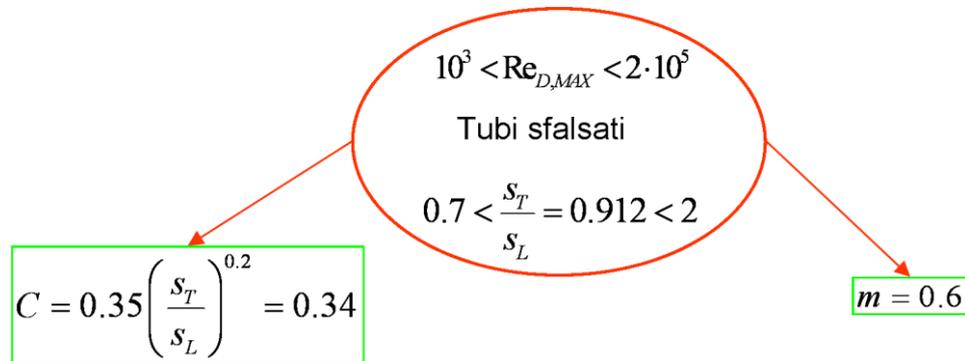
La velocità longitudinale risulta decisamente maggiore e viene perciò utilizzata per calcolare le incognite (si osserva che  $s_L > s_T$ , tale risultato risulta abbastanza intuitivo allorché si consideri costante la portata volumica, come da ipotesi della teoria di Grimson). Perciò:

$$v_{MAX} = v_{MAX_1} = 12.6 \frac{m}{s}$$

dalla quale si ricava immediatamente il valore del numero di Reynolds relativo ad un cilindro investito esternamente da un flusso d'aria alla temperatura di 15°C (i valori di viscosità cinematica e numero di Prandtl sono reperiti su apposita tabella):

$$Re_{D,MAX} = \frac{v_{MAX} \cdot D}{\nu} = \frac{12.6 \cdot 0.0164}{1.482 \cdot 10^{-5}} = 13943$$

A questo punto si ricerca il valore del numero di Nusselt tramite la relazione di Zhukauskas, utilizzando i coefficienti appropriati reperibili sulla tabella 7.7:



$$\overline{Nu}_D = C \cdot Re_{D,MAX}^m \cdot Pr^{0.36} \cdot \left( \frac{Pr_{\infty}}{Pr_p} \right)^{0.25} = 0.34 \cdot 13943^{0.6} \cdot 0.71^{0.36} = 92.16$$

Sempre da tabella si ricava la conducibilità

$$\lambda_{Aria,15^{\circ}C} = 0.0253 \frac{W}{mK}$$

nota la quale è possibile ottenere il valore del termine h:

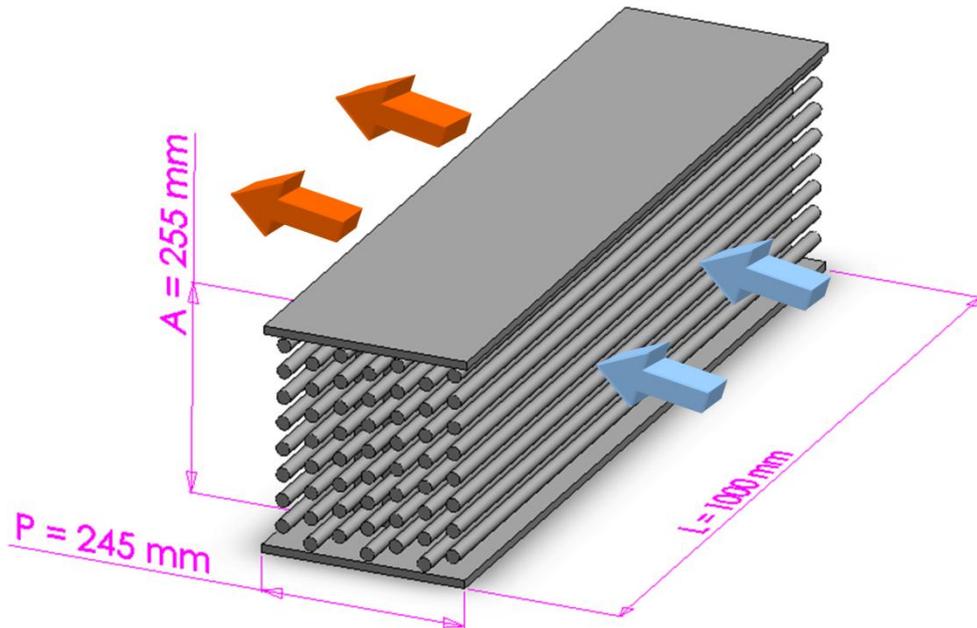
$$h = \frac{\lambda_{Aria,15^{\circ}C} \cdot \overline{Nu}_D}{D} = \frac{0.0253 \cdot 92.16}{0.0164} = 142.7 \frac{W}{m^2K}$$

## b) Calcolo della potenza di pompaggio

Per il calcolo della potenza assorbita dal ventilatore occorre conoscere sia la portata in massa movimentata che la perdita di pressione causata dall'attraversamento del fascio di tubi. È necessaria l'efficienza ad al'aria: le dimensioni sono date dal numero di tubi, dal loro diametro, dai passi e dalla disposizione degli stessi. In questo caso, ipotizzando una lunghezza assiale di  $L = 1 m$ :

Altezza:  $A \cong 8 \cdot s_T = 8 \cdot 31.3 = 255 \text{ mm}$

Profondità:  $P \cong 7 \cdot s_L = 7 \cdot 34.3 = 245 \text{ mm}$



l'area di accesso risulta essere

$$S = L \cdot A = 0,255 \cdot 1 = 0,255 \text{ m}^2$$

che, moltiplicata per la velocità, fornisce la portata volumica:

$$\dot{V} = S \cdot v_{\infty} = 0,255 \cdot 6 = 1,53 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

quindi, moltiplicando per la densità  $\rho$  e  $T$  a  $15^\circ\text{C}$ , reperibile sulle tabelle oppure tra misurati, si assume la portata massica  $\dot{M}$  dei gas

$$\dot{M} = \rho_{IN} \cdot \dot{V} = \frac{p_{IN}}{RT_{IN}} \cdot \dot{V} = 1,185 \cdot 1,53 = 1,813 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Per quanto concerne la stima delle perdite di pressione, si adopera la seguente formulazione:

$$\Delta p = N_L \cdot \chi \cdot f \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_{IN} \cdot v_{MAX}^2$$

dove i termini  $\chi$  ed  $f$  sono coefficienti correttivi legati alla resistenza d'attrito, sperimentali di Fig. 7e1B, entrambi con i valori seguenti:

$$P_T = \frac{s_T}{D} = \frac{31,3}{16,4} = 1,908$$

$$P_L = \frac{s_L}{D} = \frac{34,3}{16,4} = 2,091$$

$$\frac{P_T}{P_L} = \frac{1.908}{2.091} = 0.912$$

I rispettivi valori trovati sono:

$$\chi = 1.04$$

$$f = 0.5$$

e di conseguenza la perdita di pressione risulta essere:

$$\Delta p = N_L \cdot \chi \cdot f \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_{IN} \cdot v_{MAX}^2 = 7 \cdot 1.04 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 1.185 \cdot 12.6^2 = 342.4 \text{ Pa}$$

In definitiva, la potenza spesa per azionare il ventilatore vale:

$$|\dot{L}| = \dot{M} \frac{\Delta p}{\rho_{IN}} = 1.813 \frac{342.4}{1.185} = 523.85 \text{ W}$$

valore che, filtrato attraverso un rendimento meccanico, si aggira sui 550 W elettrici, potenza di usuale reperibilità sul mercato.

**NOTA:**

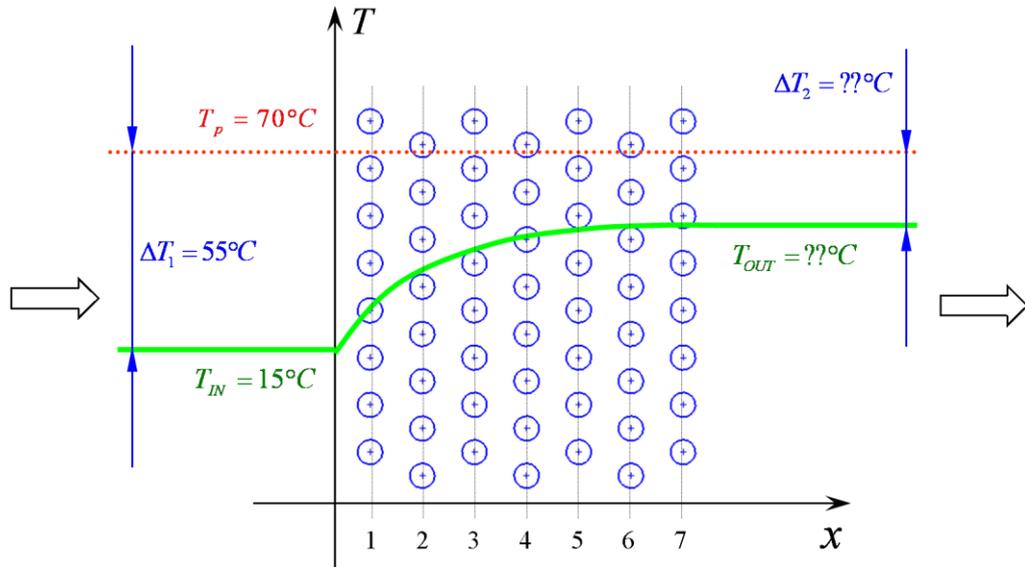
importante ricordare che la posizione del ventilatore non è casuale!  
 Decisa la portata massica da introdurre nello scambiatore, conviene che l'aria venga spinta laddove prese fredda: in questo modo è possibile minimizzare la dimensione del ventilatore (la portata è stabilita in ingresso, le perdite di pressione dalla forma dello scambiatore):

$$\rho \uparrow \rightarrow \dot{L} \downarrow$$

**La stima del rendimento prescinde dalla conoscenza della potenza scambiata all'interno del fascio tubiero che vi fluisce. Chiaramente, il risultato dell'equazione di s valutata tra le temperature note, restituisce una potenza superiore a quella reale:**

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= h \cdot S_{TOT} \cdot (T_p - T_\infty) = h \cdot (N_L \cdot N_T \cdot \pi \cdot D \cdot L) \cdot (T_p - T_\infty) = \\ &= 142.7 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \pi \cdot 0.0164 \cdot 1 \cdot (70 - 15) = 22644 \text{ W} \end{aligned}$$

Bisogna infatti considerare il salto di temperatura subito da tutto lo scambiatore: all'uscita, avrà una temperatura di quella in ingresso, ma del tutto ignota.



Si procede perciò in via iterativa, stimando una probabile temperatura di uscita, quindi ricontrollando i valori di potenza e conservazione dell'energia.

1° iterazione: si stima che  $T'_{OUT} = 30^\circ C$ , da cui discende che

$$\Delta T'_{mL} = \frac{\Delta T_1 - \Delta T'_2}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T'_2}} = \frac{(70 - 15) - (70 - 30)}{\ln \frac{(70 - 15)}{(70 - 30)}} = 47.1^\circ C$$

$$\dot{Q}' = h \cdot S_{TOT} \cdot \Delta T'_{mL} = 142.7 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \pi \cdot 0.0164 \cdot 1 \cdot 47.1 = 19393.25 \text{ W}$$

Ora si scrive l'equazione di conservazione ed all'uscita (1° Principio della Termodinamica)

$$\dot{M} \left[ \left( \frac{u^2}{2} + gz + h \right)_{OUT} - \left( \frac{u^2}{2} + gz + h \right)_{IN} \right] = \dot{Q} - \dot{L}$$

Tuttavia, ingresso ed uscita sono alla stessa quota ( $\Delta gz = 0$ ), all'interno non viene scambiato lavoro tra tubi ed aria ( $-\dot{L} = 0$ ) e la velocità è pressoché la stessa ( $\Delta \frac{u^2}{2} = 0$ ):

$$\dot{M} [h_{OUT} - h_{IN}] = \dot{Q}'$$

Esplícitando l'entalpia specifica:

$$\dot{M} \bar{c}_P [T_{OUT} - T_{IN}] = \dot{Q}'$$

E calcolando il valore del calore specifico medio, secondo i valori tabulati:

$$\bar{c}_P = \frac{c_{P,T_{IN}} + c_{P,T_{OUT}}}{2} = \frac{1011 + 1013}{2} = 1012 \frac{J}{kg \cdot K}$$

$$T_{OUT}^* = T_{IN} + \frac{\dot{Q}'}{\dot{M}c_p} = 15 + \frac{19393.25}{1012 \cdot 1.813} = 25.57 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Il valore trovato non corrisponde a quello ipotizzato. Si procede allora ad una ulteriore iterazione, ponendo una temperatura di uscita di tentativo minore (il risultato della prima è inferiore!):

2° iterazione: si stima che  $T_{OUT}'' = 26^\circ\text{C}$ , da cui discende che

$$\Delta T_{mL}'' = \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2''}{\ln \frac{\Delta T_1}{\Delta T_2''}} = \frac{(70 - 15) - (70 - 26)}{\ln \frac{(70 - 15)}{(70 - 26)}} = 49.3^\circ\text{C}$$

$$\dot{Q}'' = h \cdot S_{TOT} \cdot \Delta T_{mL}'' = 142.7 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \pi \cdot 0.0164 \cdot 1 \cdot 49.3 = 20297.9 \text{ W}$$

$$\dot{M}[h_{OUT} - h_{IN}] = \dot{Q}''$$

$$\dot{M} \bar{c}_p [T_{OUT}'' - T_{IN}] = \dot{Q}''$$

E calcolando il valore del calore specifico medio, secondo i valori tabulati:

$$\bar{c}_p = \frac{c_{p,T_{IN}} + c_{p,T_{OUT}}}{2} = \frac{1011 + 1012.6}{2} = 1011.8 \frac{\text{J}}{\text{kg K}}$$

$$T_{OUT}^{**} = T_{IN} + \frac{\dot{Q}''}{\dot{M}\bar{c}_p} = 15 + \frac{20297.9}{1011.8 \cdot 1.813} = 26.06 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Considerando la ridotta percentuale d'errore tentativo e quella ottenuta via calcoli, temperatura di uscita corrisponde a  $T_{OUT} = T_{OUT}^{**} = 26^\circ\text{C}$ .

Ora che è nota l'effettiva potenza scambiata, è possibile ricavare l'interesse economico dello scambiatore, espresso come rapporto tra la potenza spesa per spingere l'aria attraverso lo scambiatore internamente:

$$\frac{\dot{Q}''}{|\dot{L}|} = \frac{20297.9}{550} = 36.9$$

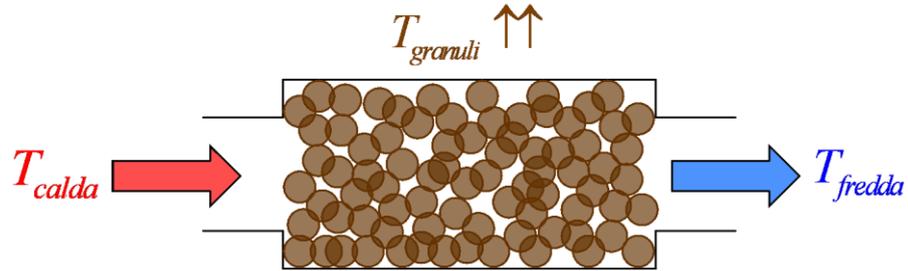
Tale valore risulta abbastanza soddisfacente!

## 2. Scambiatori di tipo gas-solido a strati granulari

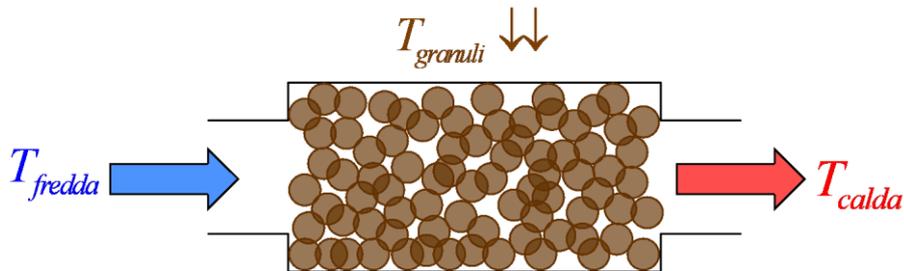
Un sistema molto utile è quello degli scambiatori granulari: questi sono costituiti da un contenitore colmo di elementi solidi, i quali vengono riscaldati e raffreddati ciclicamente per trasferire calore tra i fluidi che li attraversano, sfruttando la loro capacità termica. Generalmente, tali "grana" sono scarti di lavorazione (trucioli) oppure materiali edili (ghiaie), di dimensioni tali da

ammettere il passaggio di fluidi, tipicamente gas: trovano ampio uso laddove si hanno impianti che scaricano fumi caldi e necessitano di aria calda per i vari processi:

1. Recupero di calore da fumi caldi



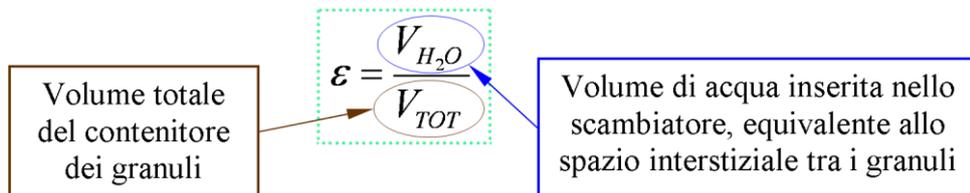
2. Preriscaldamento di gas freddi



Il corretto funzionamento si ha quando i granuli non sono ne troppo grandi (pochi elementi, distanti tra loro), ne troppo piccoli (molti elementi, strati quasi fibrosi): definito con  $\varepsilon$  la frazione di vuoto o porosità apparente, deve verificarsi:

$$0.3 < \varepsilon < 0.5$$

Dove :



Per quanto riguarda i calcoli, è possibile utilizzare la formula seguente per ottenere i fattori di Colburne diffusivo e termico:

$$\varepsilon \cdot J_M = \varepsilon \cdot J_H = 2.06 \cdot F \cdot Re_D^{-0.573}$$

Dove il coefficiente correttivo F è legato alla forma dei granuli:

F	Geometria granuli
1	sfere
0.79	cilindri (L = D)
0.71	cubi

### 3. Goccia di fluido in caduta

Le gocce di liquido si presentano in diverse configurazioni geometriche, tipicamente:



Goccia appesa (deformata dalla tensione superficiale alla superficie di contatto)

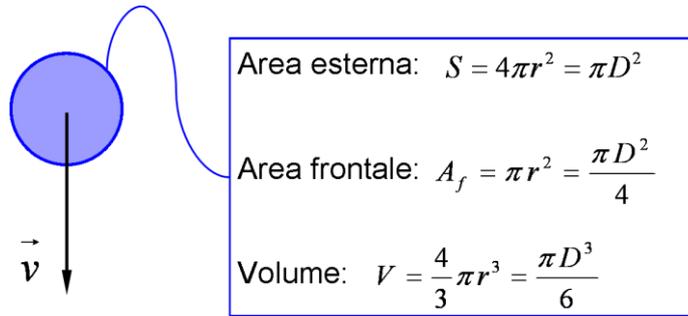


Goccia in caduta (deformata dalle forze d'attrito)

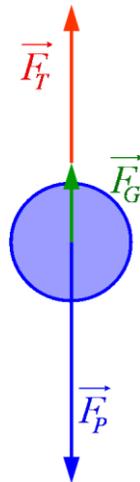


Goccia sferica (condizione di massima tensione superficiale)

Sebbene la goccia sferica esista solo in caduta nel vuoto, costituisce il modello di calcolo anche per il caso di caduta reale, poiché più semplice da studiare:



Su di essa agiscono **tre forze**:



1. Forza gravitazionale diretta verso il basso

$$\vec{F}_P = m\vec{g} = \rho_{goccia} \cdot V_{goccia} \cdot \vec{g};$$

2. Forza di galleggiamento (principio di Archimede) diretta verso l'alto (oppo

$$\vec{F}_G = \rho_{aria} \cdot V_{goccia} \cdot (-\vec{g});$$

3. Forza di trascinamento prodotta dall'aria

$$\vec{F}_T = \frac{1}{2}\rho_{aria}C_r(-\vec{v}^2)A_f = -\frac{1}{2}\rho_{aria}C_r\vec{v}^2\frac{\pi D^2}{4}$$

Quando cade a velocità costante, si trova in equilibrio:

$$F_P = F_T + F_G$$

$$\rho_{goccia} \cdot V_{goccia} \cdot g = \frac{1}{2}\rho_{aria}C_r v^2 \frac{\pi D^2}{4} + \rho_{aria} \cdot V_{goccia} \cdot g$$

Sostituendo il volume e riordinando i termini, si ottiene la velocità massima della goccia in caduta libera:

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{gD}{C_r} \cdot \frac{(\rho_{goccia} - \rho_{aria})}{\rho_{aria}}}$$

**Esempio di calcolo: goccia di latte in caduta nella torre di essiccazione.**

Si suppone che la temperatura dell'aria sia di  $T_b = 60^\circ C$  e che le sue proprietà siano  $\rho_A = 1.154 \text{ kg/m}^3$  e  $\nu_A = 0.17 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ , mentre la goccia di latte abbia densità  $\rho_G = 1000 \text{ kg/m}^3$  e diametro  $D = 0.0005 \text{ mm}$ .

Con una rapida iterazione si individua la velocità della goccia:

1. La prima velocità di tentativo è  $v^* = 1 \text{ m/s}$ :

$$\Rightarrow Re_D^* = \frac{v^* D}{\nu_A} = \frac{0.0005}{0.17 \cdot 10^{-4}} = 29.4 ;$$

$\Rightarrow$  Dal grafico 9-7 si ricava  $C_r = 2.6$  ;

$\Rightarrow$  Con la formula radicale si ottiene una velocità

$$v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{gD}{C_r} \cdot \frac{(\rho_{goccia} - \rho_{aria})}{\rho_{aria}}} = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{9.81 \cdot 0.0005}{2.6} \cdot \frac{(1000 - 1.154)}{1.154}} = 1.476 \frac{m}{s}$$

$\Rightarrow v > v^*$ , perciò è necessario ripetere il procedimento con una velocità di tentativo maggiore;

2.  $v^{**} = 1.5 \text{ m/s}$  :

$$\Rightarrow Re_D^{**} = \frac{v^{**} D}{\nu_A} = \frac{1.5 \cdot 0.0005}{0.17 \cdot 10^{-4}} = 44.12 ;$$

$\Rightarrow C_r = 1.9$  ;

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{9.81 \cdot 0.0005}{1.9} \cdot \frac{(1000 - 1.154)}{1.154}} = 1.73 \frac{m}{s}$$

$\Rightarrow v > v^*$ , perciò è necessario ripetere il procedimento con una velocità di tentativo maggiore;

3.  $v^{***} = 2 \text{ m/s}$  :

$$\Rightarrow Re_D^{***} = \frac{v^{***} D}{\nu_A} = \frac{2 \cdot 0.0005}{0.17 \cdot 10^{-4}} = 58.82 ;$$

$\Rightarrow C_r = 1.6$  ;

$$\Rightarrow v = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{9.81 \cdot 0.0005}{1.6} \cdot \frac{(1000 - 1.154)}{1.154}} = 1.88 \frac{m}{s}$$

$\Rightarrow v < v^*$ , perciò è necessario ripetere il procedimento con una velocità di tentativo minore;

Dopo le varie iterazioni si raggiunge il valore accettabile di  $v = 1.85 \text{ m/s}$ .

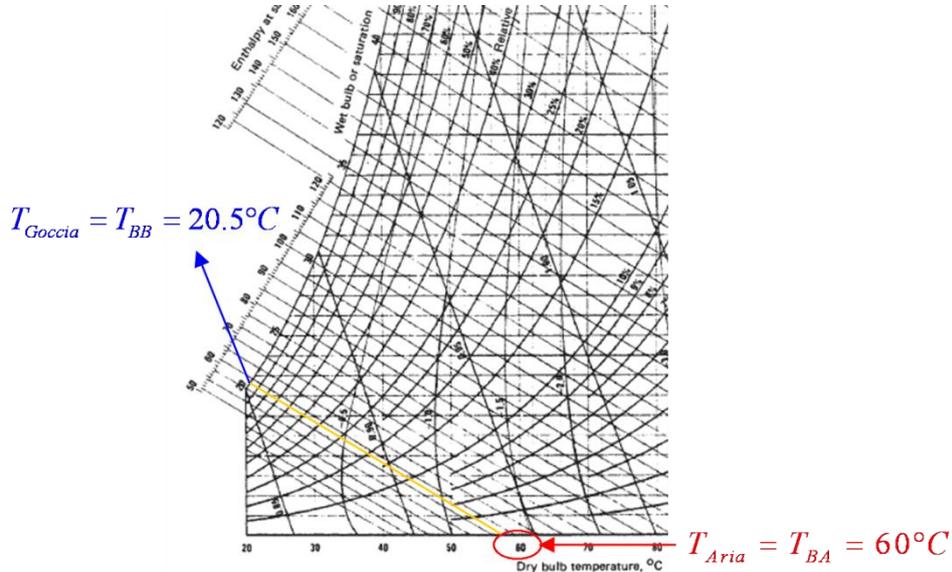
Per individuare la lunghezza di caduta necessaria all'essiccazione al tempo minimo, occorre conoscere la portata massica di evaporazione per la singola goccia:

$$\dot{M}_{Ev} = h_m \cdot S \cdot (\rho_{V,p} - \rho_{V,\infty})$$

→ L'aria all'ingresso è secca: il gradigradimetrico tende ad annullarsi, perciò:

$$\varphi_{\infty} \cong 0 \rightarrow \rho_{V,\infty} = 0$$

→ Mentre per la densità della goccia ( si segue l'isocentale pi



→ Dal diagramma di stato dell'acqua si si saturazione a  $20.5^{\circ}\text{C}$ :  $p_{SAT_{20.5^{\circ}\text{C}}} \cong 2500 \text{ Pa}$ , mentre il grado igrometrico alla parete della goccia vale 1 (stato liquido!), quindi:

$$\rho_{V,p} = \varphi_p \cdot \frac{p_{SAT_{20.5^{\circ}\text{C}}}}{\frac{R_0}{\mu_{H_2O}} T_{Goccia}} = 1 \cdot \frac{2500}{\frac{8314}{18} \cdot 293.65} = 0.0184 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

→ La superficie di scambio evaporativo corrisponde a quella esterna della goccia, assunta sferica:

$$S = \pi D^2 = \pi \cdot 0.0005^2 = 7.85 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2.$$

→ calcolando il numero di Reynolds:

$$Re_D = \frac{v \cdot D}{\nu_A} = \frac{1.85 \cdot 0.0005}{0.17 \cdot 10^{-4}} = 54.41$$

si ottiene un valore abbastanza contenuto per poter utilizzare la relazione di Ranz & Marshall, trasferita al caso diffusivo grazie all'analogia di Reynolds:

$$\overline{Nu}_D = 2 + 0.6 Re_D^{0.5} \cdot Pr^{1/3}$$



$$\overline{Sh} = 2 + 0.6 Re_D^{0.5} \cdot Sc^{1/3}$$

Nota il numero di Schmidt dalle tabelle, entrando col valore della temperatura media:

$$T_m = \frac{T_p + T_\infty}{2} = 40^\circ\text{C} \Rightarrow Sc = \frac{\nu_{40^\circ\text{C}}}{D_{AB,40^\circ\text{C}}} = \frac{17 \cdot 10^{-6}}{29.2 \cdot 10^{-6}} = 0.58$$

$$\overline{Sh} = 2 + 0.6Re_D^{0.5} \cdot Sc^{\frac{1}{3}} = 2 + 0.6 \cdot 54.41^{0.5} \cdot 0.58^{\frac{1}{3}} = 5.677$$

Ora è possibile ricavare il valore del fattore di diffusione:

$$h_m = \overline{Sh} \cdot \frac{D_{AB,40^\circ\text{C}}}{D} = 5.677 \frac{29.2 \cdot 10^{-6}}{0.0005} = 0.331 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A questo punto si hanno tutti i fattori necessari per conoscere la portata evaporativa:

$$\dot{M}_{Ev} = h_m \cdot S \cdot \rho_{V,p} = 0.331 \cdot 7.85 \cdot 10^{-7} \cdot 0.0184 = 4.788 \cdot 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Rapportata alla massa della singola goccia, la portata restituisce il tempo di essiccazione:

$$M_G = \rho_G \cdot V_G = 1000 \cdot \frac{\pi}{6} \cdot 0.0005^3 = 65.41 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$$

$$\tau = \frac{M_G}{\dot{M}_{Ev}} = \frac{65.41 \cdot 10^{-9}}{4.788 \cdot 10^{-9}} = 13.66 \text{ s}$$

Noti velocità della goccia e tempo di essiccazione, è immediato ottenere la distanza percorsa e quindi necessaria al processo:

$$x = v \cdot \tau = 1.85 \cdot 13.66 = 25.27 \text{ m}$$

In realtà non ha senso costruire una velocità relativa tra aria e goccia sia quella di 1.85 m/s. Nulla vieta di muovere l'aria in senso ascendente, ad esempio:

$$1.85 \frac{\text{m}}{\text{s}} = v = v_a + v_G$$

Imponendo che:

$$v_a = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \Rightarrow v'_G = v - v_a = 1.85 - 1 = 0.85 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Da cui deriva un' altezza della torre ridotta:

$$x' = v'_G \cdot \tau = 0.85 \cdot 13.66 = 11.6 \text{ m}$$

NOTA:

il calcolo fin ora svolto non tiene in considerazione la progressiva modificazione della goccia: l'essiccazione riduce il diametro della goccia, influenzando la velocità e  $Re_D$ !! Inoltre bisogna ricordare che le caratteristiche fisiche dei vari fluidi differiscono da quelle dell'acqua, anche se di come nella maggioranza dei casi di interesse pratico.

Dal punto di vista dello scambio termico, è possibile scrivere:

$$\overline{Nu}_D = 2 + 0.6Re_D^{0.5} \cdot Pr^{\frac{1}{3}} = 2 + 0.6 \cdot 54.41^{0.5} \cdot 0.7^{1/3} = 5.91$$

Ricordando che  $\overline{Nu}_D = \frac{h \cdot D}{\lambda}$  e sapendo che  $\lambda = 0.03 \frac{W}{m \cdot K}$ , si ottiene il fattore di convezione:

$$h = \frac{\overline{Nu}_D \cdot \lambda}{D} = \frac{5.91 \cdot 0.03}{0.0005} = 355 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

Si individua quindi facilmente la potenza di evaporazione per la singola goccia:

$$\dot{Q} = h \cdot S \cdot (T_\infty - T_p) = 355 \cdot 7.85 \cdot 10^{-7} \cdot (60 - 20.5) = 0.011 \text{ W}$$

Per altra via si ottiene:

$$\begin{aligned} \dot{Q} &= r \cdot \dot{M}_{Ev} = r \cdot h_m \cdot S \cdot (\rho_{V,p} - \rho_{V,\infty}) = \\ &= 2192982 \cdot 0.331 \cdot 7.85 \cdot 10^{-7} \cdot 0.0184 = 0.0105 \text{ W} \end{aligned}$$

I risultati sono in accordo, considerando soprattutto le varie approssimazioni introdotte, quindi validi; le ultime due equazioni offrono lo spunto per un ulteriore approfondimento:

$$h \cdot S \cdot (T_\infty - T_p) = \dot{Q} = r \cdot h_m \cdot S \cdot (\rho_{V,p} - \rho_{V,\infty})$$

Esplicitando la temperatura della goccia (o di parete):

$$T_p = T_\infty - \frac{h_m}{h} \cdot r \cdot (\rho_{V,p} - \rho_{V,\infty})$$

Introducendo l'analogia di Reynolds:

$$\frac{Nu}{Re \cdot Pr^{1/3}} = \frac{Sh}{Re \cdot Sc^{1/3}} \Rightarrow \frac{h \cdot D}{\lambda \cdot Re \cdot Pr^{1/3}} = \frac{h_m \cdot D}{D_{AB} \cdot Re \cdot Sc^{1/3}}$$

Elidendo tutti i termini uguali (anche essere identici):

$$\frac{h_m}{h} = \frac{D_{AB}}{\lambda} \cdot \left(\frac{Sc}{Pr}\right)^{1/3} ;$$

$$\rho_{V,p} = \varphi_p \frac{p_{SAT,(T_p)}}{\frac{R_0}{\mu} T_p} = \frac{p_{SAT,(T_p)}}{\frac{R_0}{\mu} T_p} ; \quad \rho_{V,\infty} = \varphi_\infty \frac{p_{SAT,(T_\infty)}}{\frac{R_0}{\mu} T_\infty} .$$

Perciò in definitiva:

$$T_p = T_\infty - \frac{D_{AB}}{\lambda} \cdot r \cdot \left( \frac{p_{SAT,(T_p)}}{\frac{R_0}{\mu} T_p} - \varphi_\infty \frac{p_{SAT,(T_\infty)}}{\frac{R_0}{\mu} T_\infty} \right) \cdot \left(\frac{Sc}{Pr}\right)^{1/3}$$

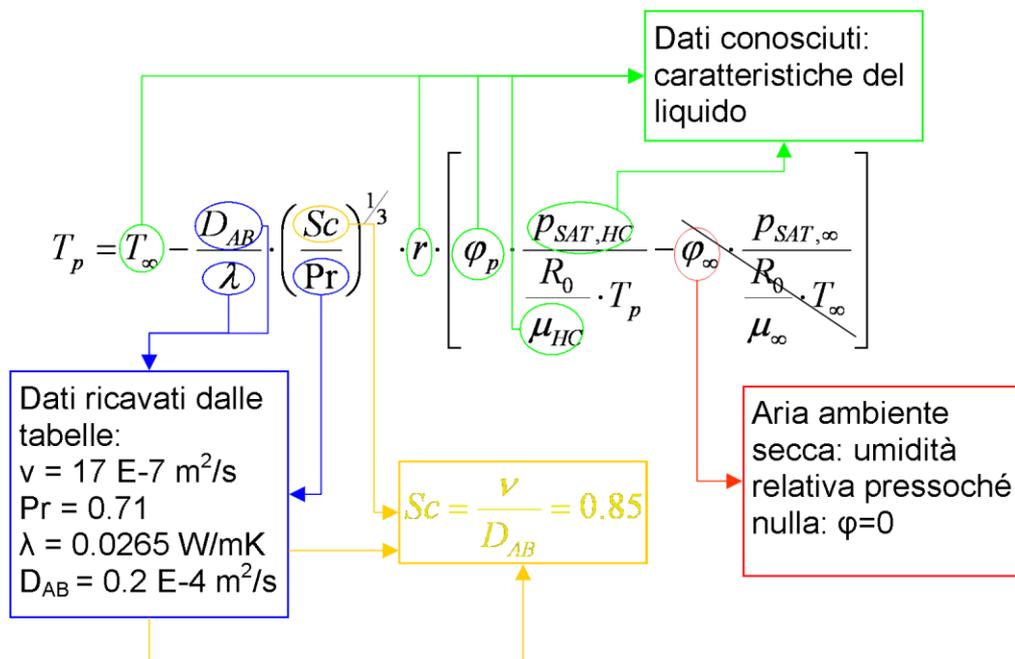
L'equazione per ~~abbastanza facilmente~~ ~~da~~ ~~vi~~ ~~dua~~ ~~e~~ temperatura di parete, note le caratteristiche dei fluidi interessati (si suppone chiaramente che alla parete sia  $\varphi_p = 1$ , vale a dire stato liquido).

#### 4. Raffreddamento in ambiente caldo

Si immagini di avere un corpo da refrigerare quando la temperatura ambiente è di  $T_\infty = 40^\circ C = 313 K$ : si può sfruttare l'evaporazione di un idrocarburo che entri in contatto col corpo. Le caratteristiche del liquido sono:

$$\mu_{HC} = 200 \frac{kg}{kmol} ; \quad r_{313K} = 100 \frac{kJ}{kg} ; \quad p_{SAT,313K} = 5000 Pa$$

Per conoscere la temperatura  $T_p$  alla parete del solido, equivalente a quella del liquido che vi è a contatto, occorre impiegare la formula:



Semplificando e sostituendo i valori, quindi moltiplicando entrambi i membri per  $(T_p)$  per eliminare l'incognita da denominatore

$$(T_p) \cdot T_p = \left[ 313 - \frac{0.2 \cdot 10^{-4}}{0.0265} \cdot 10^5 \cdot \left( \frac{5000}{\frac{8314}{200} T_p} \right) \cdot \left( \frac{0.85}{0.71} \right)^{1/3} \right] (T_p)$$

$$T_p^2 - 313 T_p + 9712 = 0$$

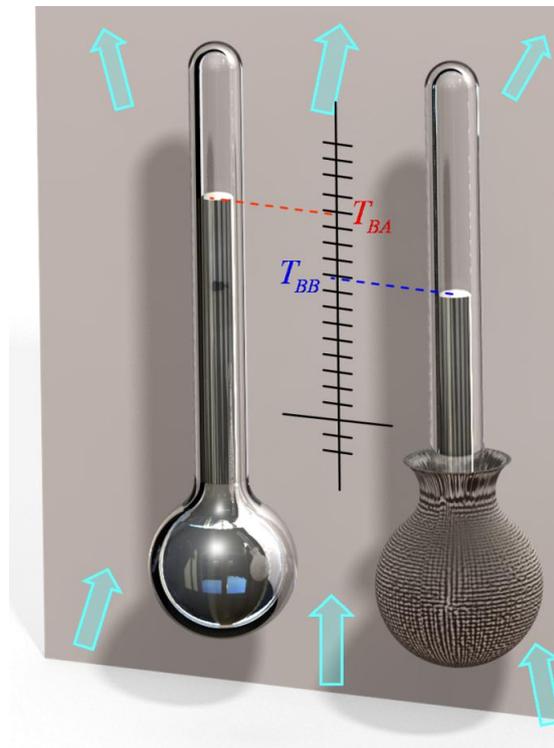
$$T_{p,1} = \frac{313 - \sqrt{313^2 - 4 \cdot 9712}}{2} = 35 \text{ K}$$

$$T_{p,2} = \frac{313 + \sqrt{313^2 - 4 \cdot 9712}}{2} = 278 \text{ K}$$

Delle due soluzioni è accettabile la seconda, corrispondente a 5°C, mentre la prima risulta eccessivamente bassa per essere sensata (-238°C).

## 5. Equazione del grado psicrometrico

Sempre sfruttando l'equazione finale si può esplicitare il grado psicrometrico  $\varphi_\infty$  relativo e, in realtà, lo stesso risultato è ottenibile considerando uno psicrometro di Asmann:



- Il bulbo asciutto corrisponde all'aria:  $T_p = T_{BA}$  ;
- Il bulbo bagnato corrisponde alla parete di liquido:  $T_p = T_{BB}$  ;

Una volta lette le temperature sullo strumento, ci si focalizza sul bulbo bagnato: la sua garza scambia una certa quantità di calore per mantenere  $T_{BB} < T_{BA}$  , produce una equivalente evaporazione:

$$h \cdot S \cdot (T_{BA} - T_{BB}) = \dot{Q} = r \cdot h_m \cdot S \cdot (\rho_{V, BB} - \rho_{V, BA})$$

$$h \cdot (T_{BA} - T_{BB}) = r \cdot h_m \cdot \left( \varphi_{BB} \frac{p_{SAT, (T_{BB})}}{\frac{R_0}{\mu} T_{BB}} - \varphi_{BA} \frac{p_{SAT, (T_{BA})}}{\frac{R_0}{\mu} T_{BA}} \right)$$

Ricordando che  $\varphi_{BB} = 1$  in quanto la garza è bagnata, si esplicita  $\varphi_{BA}$ :

$$\varphi_{BA} = \frac{T_{BA}}{T_{BB}} \cdot \frac{p_{SAT, (T_{BB})}}{p_{SAT, (T_{BA})}} - \frac{h}{h_m} \cdot \frac{(T_{BB} - T_{BA}) \cdot R_0 \cdot T_{BA}}{\mu \cdot r \cdot p_{SAT, (T_{BA})}}$$

$$\varphi_{BA} = \frac{T_{BA}}{T_{BB}} \cdot \frac{p_{SAT, (T_{BB})}}{p_{SAT, (T_{BA})}} - \frac{\lambda}{D_{a,b}} \cdot \left( \frac{Pr}{Sc} \right)^{1/3} \cdot \frac{(T_{BB} - T_{BA}) \cdot R_0 \cdot T_{BA}}{\mu \cdot r \cdot p_{SAT, (T_{BA})}}$$

Ricavando i dati mancanti dalle tabelle di acqua ed aria è possibile calcolare l'umidità relativa dalle temperature indicate dallo psicrometro.