Lezione XXXI – 8/05/2003 ora 14:30 – 16:30 – "Propagazione delle onde, eq. campo libero, interferenza" – Originali di Ferrari Matteo, Caramaschi Alessio e Gandolfi Mauro.

Propagazione del suono in ambiente esterno

Gli esempi che si possono fare su sistemi interessati da queste speculazioni sono molteplici:

- rumore prodotto da mezzi di trasporto (auto, treni, aeroplani)
- edifici (sistemi di refrigerazione, ventilatori)
- sistema di amplificazione per esterni (per concerti in uno Stadio)

Propagazione Sferica

La propagazione sferica è facile da descrivere: una distanza sorgente – ricevitore sufficientemente elevata rispetto alla lunghezza d'onda in modo che quest'ultimo possa considerare la sorgente come un punto.

L'energia che si propaga resta in prima approssimazione costante (nessun assorbimento da parte dell'aria) ma la intensità sonora diminuisce perché si distribuisce su una superficie sempre più grande.

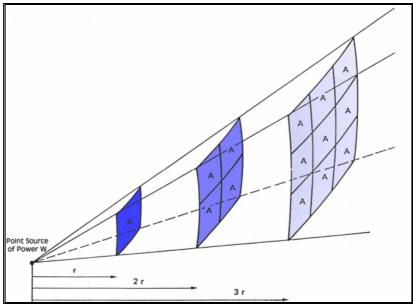


Figura 5

$$I = \frac{W}{S} = \frac{W}{4\pi r^2}$$

Sia L₁₁=80dB l'intensità a 1m, L₁₂ a 2m vale $80 + 10 \log \frac{r_b^2}{r_a^2} = 80 + (-6) = 74dB$. La

diminuzione di intensità al raddoppio della distanza ha una sigla (DL2) e nel caso della propagazione sferica vale sempre DL2=6dB ed è il livello massimo che si può ottenere da una qualsiasi propagazione.

$$L_{W} = 10\log \frac{W}{W_{0}} \quad (35)$$

$$L_{I} = 10\log \frac{I}{I_{0}} \quad (36) \qquad \qquad L_{P} = 10\log \frac{P^{2}}{P_{0}^{2}} \quad (38)$$

$$L_{D} = 10\log \frac{D}{D_{0}} \quad (37) \qquad \qquad L_{u} = 10\log \frac{u^{2}}{u_{0}^{2}} \quad (39)$$

Sono tutti livelli espressi in decibel. Solo L_W non è omogenea alle altre (il livello di potenza dipende dalla sorgente e di conseguenza L_W resta costante in ogni punto)

Fissato dunque L_W, possiamo dedurre il livello di

intensità:
$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0} = 10 \log \left(\frac{\frac{W}{4\pi r^2}}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{\frac{W}{4\pi r^2}}{I_0} \frac{W_0}{W_0} \right) = 10 \log \frac{W}{W_0} + 10 \log \frac{W_0}{I_0} + 10 \log \frac{1}{4\pi} + 10 \log r^{-2}$$

Essendo i valori di riferimento W_0 e I_0 arbitrari li possiamo scegliere uguali al fine di semplificare la relazione e i loro valori effettivi (valori che saranno spiegati in seguito) sono:

$$W_0 = 10^{-12} W$$
 $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$
e dalle altre relazioni
$$10 \log \frac{1}{4\pi} = -11$$

$$10 \log r^{-2} = -20 \log r$$

Possiamo ricavare la (36) dalla (35):

$$L_I = L_W - 20\log r - 11\tag{40}$$

Determinato questo valore vogliamo che le altre relazioni (37) (38) e (39) assumano in un dato punto lo stesso valore che assume L_I per poter così parlare di unico *Livello Sonoro*, e ciò è sempre possibile visto che i valori di riferimento sono arbitrari.

Conosciamo anche una relazione che unisce la velocità alla pressione (solamente nelle onde piane progressive o in onde sferiche) $z = \frac{p}{u} = \rho_0 c$.

Se prendiamo un valore particolare della $P_0 = 2 \cdot 10^{-5} \, Pa$ il valore di u_0 resta fissato e vale

$$u_0 = \frac{P_0}{z} = \frac{P_0}{\rho_0 c} = \frac{2 \cdot 10^{-5}}{400} = 2 \cdot 10^{-8} \, m/s .$$
$$I_0 = \frac{P_0^2}{\rho_0 c} = \frac{\left(2 \cdot 10^{-5}\right)^2}{400} = 10^{-12} \, W$$

abbiamo così ottenuto il valore di I₀ precedentemente usato (che è anche uguale a W₀).

$$I = Dc \rightarrow D_0 = \frac{I_0}{c} = \frac{10^{-12}}{340} = 2.94 \cdot 10^{-15} \frac{j}{m^3}$$

In queste condizioni è facile da verificare che $L_I = L_D = L_P = L_u$.

Ovviamente fuori dal caso di onda piana progressiva le relazioni vengono meno. E' già stato verificato che in un tubo i valori p e v si alternano. Non è solo il caso del tubo, ma semplicemente in ogni stanza reale, dove i valori di I, D, P, u, sono leggermente diversi in ogni punto. Una grandezza comunque è limitata : $L_I \leq L_D$, la prima è l'energia che si propaga (e interferisce con l'energia riflessa), mentre la seconda è un'energia vera e propria, e dunque somma sia dell'energia che si propaga e dell'energia riflessa.

Possiamo dunque utilizzare questa differenza $L_D - L_I$ per stimare la propagazione teorica di un suono in un ambiente.

Ricordiamo che le grandezze sono omogenee e solo in prima approssimazione rappresentano l'energia. In un ambiente minimamente riflettente, ogni grandezza ha una storia a parte.

In un tubo ad onde stazionarie per esempio non possiamo legare mai L_I per esempio a L_P .

 $L_P - L_I$ varia da punto a punto, mentre $L_D - L_I$ dipende dal termine α .

La norma ISO9614 è da considerarsi in questo senso *obsoleta* in quanto usa come metro di campione proprio la differenza $L_P - L_I$ invece che la più corretta $L_D - L_I$.

Densità dell'energia sonora

La densità di energia sonora **D** (o più brevemente, densità energetica) è definita come l'energia sonora che, in un dato istante, risulta localizzata nell'unità di volume circostante un punto assegnato del mezzo di propagazione; essa è cioè la densità di distribuzione di energia sonora nel mezzo:

$$D = \frac{E}{V} \quad \left[\frac{J}{m^3} \right]$$

Riprendendo il caso dell' onda piana progressiva, detta A la sezione del cilindro, abbiamo che:

$$V = A \cdot c \cdot \tau$$
 e $E = A \cdot I \cdot \tau$

Per $\tau = 1$ la densità sarà uguale a:

$$D = \frac{I}{c}$$

Ora riprendiamo la formula dell'intensità media calcolata in precedenza:

$$I = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{p_{RMS}^2}{\rho_0 \cdot c} + \rho_0 \cdot c \cdot u_{RMS}^2 \right)$$

e andiamo a sostituirla nella relazione appena calcolata; otteniamo così la densità dell'energia sonora per l'onda piana progressiva:

$$D = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{p_{RMS}^2}{\rho_0 \cdot c^2} + \rho_0 \cdot u_{RMS}^2 \right)$$

Osserviamo che l'equazione $U=\frac{I}{D}$, dove \mathbf{U} è la velocità dell'energia, nel caso specifico dell'onda piana progressiva si riconduce a:

$$c = \frac{I}{D}$$

Quindi tra U e c vale la seguente relazione:

L'uguaglianza vale soltanto nel caso delle onde piane progressive.

Da quanto è emerso in questa lezione, nell'analisi di un campo sonoro dobbiamo determinare la velocità e la pressione se vogliamo fare un'analisi fisica, mentre se vogliamo fare un'analisi puramente energetica sono sufficienti i valori di intensità sonora e di densità di energia.

Per descrivere i fenomeni sonori, è consuetudine esprimere i valori delle grandezze acustiche attraverso i livelli. Introduciamone alcuni:

Livello di pressione

$$L_p = 10 \log \frac{P_{RMS}^2}{P_{rif}^2}$$
 $P_{rif} = 2 \cdot 10^{-5} Pa$

• Livello di velocità

$$L_v = 10 \log \frac{v_{RMS}^2}{v_0^2}$$
 $v_0 = \frac{P_0}{\rho_0 \cdot c} = 5 \cdot 10^{-8} \, m/s$

• Livello di intensità

$$L_I = 10 \log \frac{I}{I_0}$$
 $I_0 = 1 \cdot 10^{-12} W / m^2$

• Livello di densità

$$L_D = 10 \log \frac{D}{D_0}$$
 $D_0 = \frac{I_0}{c} = 2.94 \cdot 10^{-15} J / m^3$

Per un onda piana progressiva tutti questi livelli sono uguali tra loro, in generale il livello di intensità è più piccolo o al più uguale a quello di densità :

$$L_I \leq L_D$$

Definiamo come indice di reattività la differenza tra il livello di densità e quello di intensità:

$$L_D - L_I$$

A volte però l'indice di reattività viene indicato come la differenza tra il livello di pressione e il livello di intensità:

$$L_P - L_I$$

ma questo è sbagliato, perché questa differenza potrebbe essere negativa; questo indicherebbe che un campo si può propagare più velocemente di un'onda piana progressiva, e ciò è impossibile.

Coefficienti Acustici

Analizzando l'acustica diventa indispensabile conoscere il comportamento dei materiali sottoposti a sollecitazioni sonore.

Quando il treno d'onde iniziale viene a contatto con un materiale con caratteristiche meccaniche (principalmente impedenza) si suddivide in 3 parti: una parte delle onde è riflessa dal materiale e torna indietro, un'altra parte è assorbita dal materiale ed infine una parte attraversa il materiale stesso. In termini di intensità sonora si riassume nella figura 2:

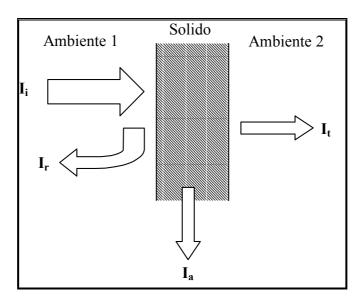


Figura 2

In termini di intensità si definiscono tre indici:

- Intensità Incidente (I_i): l'intensità che ha l'onda appena prima di entrare in contatto con il materiale;
- Intensità Assorbita (I_a): l'intensità della parte d'onda assorbita;
- ullet Intensità Trasmessa (I_t): l'intensità della parte d'onda trasmessa oltre il

materiale;

• Intensità Riflessa (I_r): l'intensità della parte d'onda riflessa;

Esprimendo quanto disegnato in formule analitiche:

$$I_i = I_a + I_r + I_t \tag{1}$$

dividendo la precedente per Ii si ha

$$\frac{I_i}{I_i} = 1 = \frac{I_a}{I_i} + \frac{I_t}{I_i} + \frac{I_r}{I_i}$$

dove si definiscono tre nuovi valori:

• Coefficiente d'Assorbimento: $\frac{I_a}{I_i} = \mathbf{a}$

• Coefficiente di Riflessione: $\frac{I_r}{I_i} = \mathbf{r}$

• Coefficiente di Trasmissione: $\frac{I_t}{I_i} = \mathbf{t}$

e la loro somma da 1; in particolare si possono vedere così:

$$a = 1 - r - t \tag{2}$$

Ora possiamo individuare il Coefficiente di Assorbimento Acustico Apparente (α), che è il principale strumento per valutare la capacità di assorbimento acustico di un materiale; il suo valore è:

$$\alpha = a + t = 1 - r \tag{3}$$

Come si vede dalla definizione di **Coefficiente Apparente**, per valutare la capacità di assorbimento di un materiale non importa la quantità di suono assorbito o trasmesso ad un ambiente esterno collegato, ma la quantità di onde riflesse; è anche per questo che tale coefficiente è detto di assorbimento apparente, in realtà infatti considera solo le onde riflesse e la condizione migliore si ha quando tutto il suono è assorbito dal materiale.

Il caso migliore ed ideale si ha quando $\mathbf{r}=0$ e quindi $\alpha=1$, in questo caso si parla di materiali perfettamente fonoassorbenti, nel caso ($\alpha=0$ e $\mathbf{r}=1$) si parla invece di materiali perfettamente riflettenti.

Facendo un esempio pratico, considerando la diffusione del suono in una stanza chiusa con una finestra, il migliore materiale assorbente acusticamente sono le finestre aperte; infatti l'aria è il materiale con minor coefficiente di riflessione acustica essendo la sua densità e consistenza molto piccola (ovvero offrendo un impedenza molto piccola).

Tralasciando il paradosso della finestra che ha scarso significato ingegneristico, buoni materiali che offrono alto assorbimento delle onde sonore sono i materiali espansi a celle aperte come il poliuretano espanso, lana di roccia, velluto, ecc. O in generale i materiali detti fonoassorbenti (con valori di α prossimi a 1). La caratteristica comune di questi materiali è che si lasciano attraversare dall'aria opponendo però molta resistenza, il che equivale a presentare un'alta impedenza per le onde sonore.

Il principio con cui funzionano tali materiali fonoassorbenti è quello di incanalare le onde sonore in tanti cunicoli di piccolissime dimensioni smorzando le stesse per effetto del loro attrito contro le pareti di tali cunicoli. Inevitabilmente questo attrito che viene prodotto si trasforma in calore e moto vibrazionale delle pareti stesse.

Propagazione del suono in campo libero

Limitando lo studio al caso di onde acustiche sferiche prodotte da sorgenti puntiformi, dalla relazione (16), attraverso l'impiego della scala dei decibel, si ottiene:

$$L_{I} = L_{p} = L_{W} - 10 \log 4 \pi r^{2}$$
 (dB)

$$L_I = L_p = L_W - 20 \log r - 11$$
 (dB)

Noto il livello di potenza sonora della sorgente ($L_{\rm W}$), la (22) o (23) consente di prevedere il valore del livello di pressione sonora ($L_{\rm p}$) alla distanza r; come é facile osservare, ad ogni raddoppio della distanza sorgente-ascoltatore, il livello di pressione sonora diminuisce di 6 dB (nota anche come "legge del campo libero").

La condizione di "campo libero" presuppone l'assenza di superfici riflettenti ed ostacoli che potrebbero disturbare il fronte d'onda sferico; in pratica il campo libero può essere ottenuto in laboratorio, nelle "camere anecoiche", realizzate in modo da ridurre al minimo possibile l'energia riflessa dalle pareti che confinano la camera.

Il campo acustico generato da una sorgente sonora é, in generale, caratterizzato da una emissione di energia sonora diversa secondo le varie direzioni (fig. 7). Si definisce pertanto il " **fattore di direttività"** \mathbf{Q} come rapporto tra l'intensità sonora nella direzione θ (I_{θ}) e l'intensità sonora I_{0} che avrebbe il campo acustico in quel punto, se la sorgente fosse omnidirezionale:

$$Q = I_{\theta} / I_{O}$$
(24)

Oltre a tale valore si definisce anche l'**indice di direttività D**'', dato dalla relazione:

$$D = 10 \log Q \tag{dB}$$

In genere é sufficiente conoscere il valore di Q (o di D), sul piano verticale ed orizzontale (fig. 7). Occorre ancora ricordare che il valore di Q dipende dalla frequenza e che normalmente aumenta con essa.

Come é già stato precedentemente osservato, il campo sonoro generato da una sorgente può essere modificato dalla presenza di ostacoli e superfici riflettenti: se, per esempio, una sorgente puntiforme sferica (Q = 1), viene posta su di un piano perfettamente riflettente, si ottiene Q = 2, come mostra la figura 8; se viene posta in un angolo, tra due superfici riflettenti, si ottiene Q = 4, ecc.

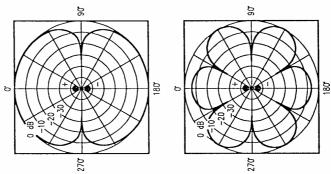


Fig. 7 Curve di direttività di due sorgenti puntiformi sfasate di 180° alle frequenze di 1 e 2 KHz.

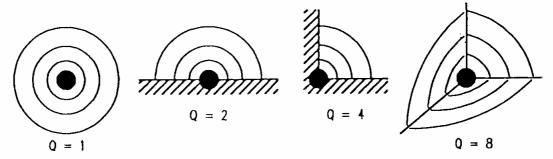


Fig.8 Curve di direttività di una sorgente sferica puntiforme in vicinanza di superfici riflettenti.

Utilizzando le relazioni (22) e (23), si può scrivere, per sorgenti in campo libero caratterizzate dal fattore di direttività Q:

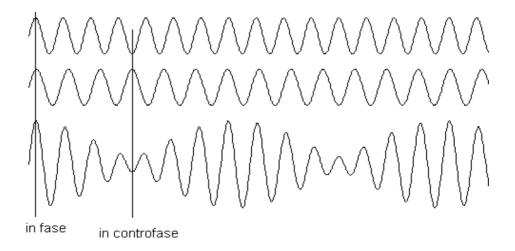
$$L_I = L_p = L_W - 20 \log r - 11 + 10 \log Q$$
 (dB)

La relazione (26) é particolarmente importante in quanto consente, attraverso la misura dei livelli sonori L_p , di determinare il fattore di direttività di una sorgente ed il valore del livello di potenza sonora. La misura dovrà essere condotta in camera anecoica secondo le prescrizioni della normativa ISO 3745 [3].

Interferenza

In presenza dello stesso segnale riprodotto da due altoparlanti si possono avere effetti di <u>interferenza</u>: vi sono, cioè, zone in cui i due segnali sono in fase (la somma_avviene in pressione per un incremento massimo di 6 dB) ed altre in cui essi sono in controfase (uno ha un massimo e l'altro un minimo). In queste zone i due segnali elidono mutuamente i loro effetti. In particolare, i minimi d'intensità si trovano a distanza proporzionale a mezza lunghezza d'onda.

L'operazione di cancellazione di un suono con un controsuono è praticamente irrealizzabile in una vasta regione: solo in condizioni geometriche molto favorevoli è ottenibile una zona di cancellazione più grande di ¼ di lunghezza d'onda. In condizioni normali, invece, le bolle silenti che si vengono a creare sono relativamente piccole (già ad una frequenza di 1000 Hz ho una lunghezza d'onda di 34 cm e quindi una bolla di raggio molto piccolo).

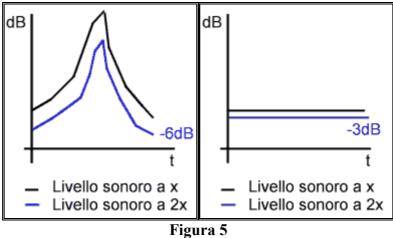


Sorgente Sonora Lineare

Consideriamo adesso il caso di una sorgente sonora non più puntiforme, ma lineare. I fronti d'onda adesso non sono più sferici, ma cilindrici.

Questo argomentazione permette la trattazione di strade, ferrovie, linee di trasporto in generale, visto che si propagano in modo lineare.

Al fine del calcolo del livello equivalente obbliga a scomporre un singolo evento in una serie di piccoli, ma continui eventi.



I due segnali sono però profondamente differenti: se raddoppio la distanza dal primo il livello scende di 6dB, se mi allontano dal secondo solo di 3dB:

$$I = \frac{W}{S} = \frac{l\sigma}{l2\pi r} = \frac{\sigma}{2\pi r}$$
 dove con σ ho indicato la densità di energia (energia prodotta da 1 m)

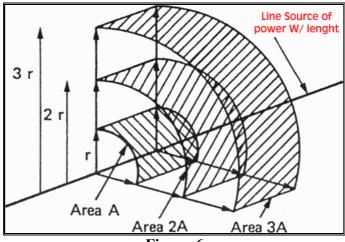


Figura 6

DL2=3dB

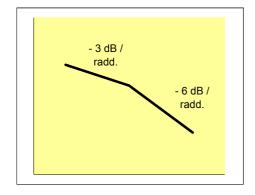
Se mi allontano da un'autostrada (sorgente lineare) il livello sonoro scende di 3dB/raddoppio, mentre se mi allontano da una fabbrica (sorgente concentrata) il livello sonoro cala di 6dB/raddoppio della distanza. Mentre se per sorgenti puntiformi la costante era $10\log\frac{1}{4\pi}=-11$ ora per sorgenti lineari la costante diventa $10\log\frac{1}{2\pi}=-8$.



Nel caso di sorgenti superficiali, si tenga presente che si crea un fronte piatto, senza decadimento in prossimità della superficie sorgente.

Infine occorre ricordare che il livello sonoro di una sorgente lineare decade molto meno di quello di una sorgente puntiforme: in caso di onde cilindriche si ha un calo di 3 dB per raddoppio di distanza dalla sorgente, invece nel caso di onde sferiche il calo (sempre per raddoppio di distanza dalla sorgente) è di 6 dB.

Nella realtà non ci sono sorgenti realmente puntiformi, lineari o superficiali, per cui il decadimento del livello sonoro ad es. di un'onda cilindrica per distanza dalla sorgente non è lineare, ma presenta un andamento indicato nella figura 7; nella figura 8 è invece rappresentato un andamento di un'onda prodotta da una sorgente superficiale.



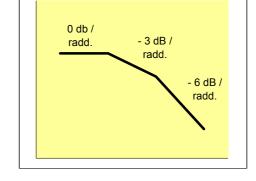


figura 7 figura 8

Esempio

Un'autostrada percorsa da una fila uniforme di soli camion (sorgente lineare). Calcolare il livello sonoro a 50m dall'autostrada.

 L_w (di un camion) = 100 dB

V di ogni camion = 80 Km/h

n° di camion per unità di tempo = 1000 veicoli/h

Utilizzando V e il numero di veicoli che passano in un'ora, posso calcolare la distanza tra un camion e l'altro che sarà d = 80m.

$$\begin{split} P_{TOT} &= 1000 \cdot P_{1veicolo} & L_{wTOT} = L_{1W1veicolo} + 10 \log 1000 = 100 + 30 = 130 \, \mathrm{dB} \\ P_{TOT}' &= \frac{P_{TOT}}{L} \quad \text{su unità di lunghezza} \\ L_{wTOT}' &= L_{WTOT} - 10 \log L = 130 - 10 \log 800000 = 81 \, \mathrm{dB} \\ L_{L} &= L_{W}' - 8 - 10 \log 50 = 56 \, \, \mathrm{dB} \end{split}$$

2° CASO: un'onda stazionaria che si propaga in un tubo chiusa ad una estremità (vedi Figura 3)

$$L_I = 83 dB$$

$$L_D = 88 \text{ dB}$$

Determinare il coefficiente d'assorbimento α e il livello di pressione massima L_{Pmax}

$$L_{I} = 10\log[10^{\frac{l_{inc}}{0}} - 10^{\frac{l_{rif}}{10}}] = 10\log I$$

$$I_{inc} = \frac{Dc + I}{2}$$

$$Dc = 10^{\frac{LD}{10}}$$

$$I_{inc} = \frac{10^{\frac{88}{10}} + 10^{\frac{83}{2}}}{2} = 415241788$$

$$I_{inc} = \frac{10^{\frac{88}{10}} - 10^{\frac{83}{2}}}{2} = 215715554$$

$$\alpha = 1 - \frac{I_{rif}}{I_{inc}} = 0,48$$

Per trovare il livello di pressione massima devo sommare le pressioni dell'onda incidente e dell'onda riflessa, in pratica quando si ha un'interferenza costruttiva.

$$L_{Pinc} = 10 \log I_{inc} = 86,18 \text{ dB}$$

$$L_{Prif} = 10 \log I_{rif} = 83,34 \text{ dB}$$

$$L_{Pmax} = 20 \log [10^{86,18/20} + 10^{83,34/20}] = 90,95 \text{ dB}$$

In questo esercizio se fosse stato α =0 avremmo ottenuto L_D =88 dB e L_{inc} =85dB= L_{rif} ed L_P =91 dB