ISOLAMENTO TERMICO DEI TUBI

PREMESSA

Per poter comprendere meglio questo argomento bisogna fare un passo indietro. Rivediamo il tubo dell'esercizio delle due ore precedenti.

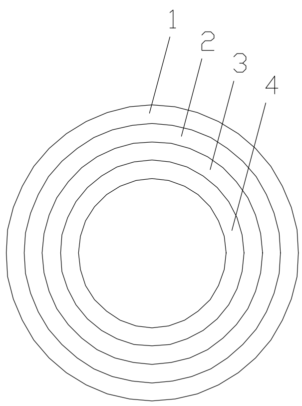


Figura 1

Il tubo viene considerato come se fosse formato da tanti strati in serie, ognuno con la propria resistenza:

$$R_1 = \frac{s}{l \cdot p \cdot D_1 \cdot L},\ R_2 = \frac{s}{l \cdot p \cdot D_2 \cdot L},\ R_3 = \frac{s}{l \cdot p \cdot D_3 \cdot L},\ R_4 = \frac{s}{l \cdot p \cdot D_4 \cdot L}$$

quindi la resistenza totale risulterà:

$$\sum_{i=1} R_i \qquad (1)$$

Ma, se $N = n°\ strati$ e $s = \frac{R_2 - R_1}{N}$, si avrà che

$$R_{tot} = \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2 \cdot p \cdot l \cdot L} \qquad (2)$$

A seconda del tubo che abbiamo preso in considerazione si usa la formula (1) o la formula (2); la scelta dipenderà dal fatto che il tubo sia un tubo sottile, quindi considerato una lastra piana, o che sia un tubo tozzo.

ISOLAMENTO TERMICO DEI TUBI

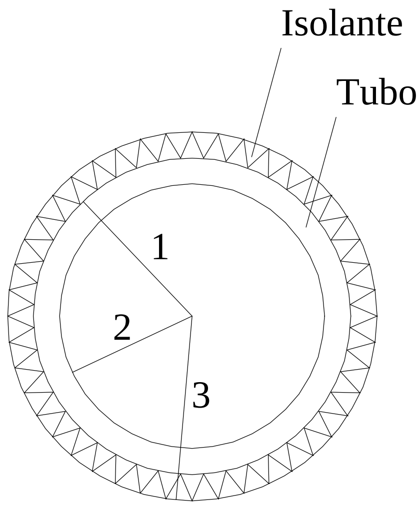


Figura 2: Schema elementare di un tubo isolabile

L'isolamento termico ha lo scopo di ridurre, quando è necessario, lo scambio di energia sotto forma di calore. Questa necessità è dovuta a motivi di carattere economico, tecnico e di benessere. In alcuni casi bisogna evitare le dispersioni di calore, in altri casi si vuole mantenere un determinato fluido a una prefissata temperatura e infine si vuole evitare che si crei condensazione sulle pareti fredde.

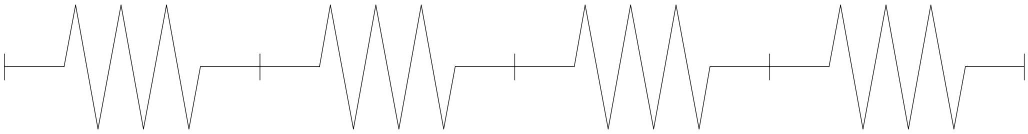
Il calore si trasmette per conduzione-convezione solo in presenza di materia, quindi si può affermare che, se non si è in presenza di irraggiamento, l'isolante ideale sarebbe il vuoto. In genere l'isolamento è ottenuto utilizzando materiali detti "isolanti", caratterizzati da un basso valore del coefficiente di conducibilità termica l .

Sia dato un tubo con un certo l_1, ricoperto da isolante e anche di questo viene fornito il l_2.

Lo scopo del problema è eseguire un corretto dimensionamento dell'isolante, soprattutto dal punto di vista della sicurezza.
Potrebbe apparire un problema banale, ma non è così. Se avessimo un muro la questione sarebbe diversa, perché basterebbe inserire un buon isolante nella parete senza calcolare nulla, mentre per i tubi i calcoli servono.
Iniziamo col considerare le singole resistenze, secondo la formula

$$R_1 = \frac{\ln \frac{R_2}{R_1}}{2 \cdot p \cdot l_1 \cdot L}, \quad R_2 = \frac{\ln \frac{R_3}{R_2}}{2 \cdot p \cdot l_2 \cdot L} \qquad (3)$$

Possiamo ricondurci al sistema delle resistenze in serie facendo attenzione a una cosa. Non ci sono solo R_1 e R_2, ma anche altre due resistenze, in quanto, anche se piccolo, esiste un ΔT tra il liquido che scorre all'interno del tubo e il tubo stesso. Risulta logico prendere in considerazione anche il coefficiente di convezione *h*.



$$\frac{1}{h_1 \cdot S_1} \qquad + \qquad R_1 \qquad + \qquad R_2 \qquad + \qquad \frac{1}{h_2 \cdot S_2} \qquad (4)$$

Ma $S_i = 2 \cdot p \cdot \mathrm{R}_i \cdot L$ quindi se le vogliamo specificare meglio il primo e l'ultimo termine risultano

$$\frac{1}{h_1 \cdot 2 \cdot p \cdot \mathrm{R}_1 \cdot L}, \ \frac{1}{h_2 \cdot 2 \cdot p \cdot \mathrm{R}_3 \cdot L} \qquad (5)$$

La resistenza totale sarà data dalla somma di tutte le resistenze, quindi sostituendo nella (4) la (3) e la (5) si avrà che

$$R_{tot} = \frac{1}{h_1 \cdot 2p \cdot \mathrm{R}_1 \cdot L} + \frac{\ln \frac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{R}_1}}{2p \cdot l_1 \cdot L} + \frac{\ln \frac{\mathrm{R}_3}{\mathrm{R}_2}}{2p \cdot l_2 \cdot L} + \frac{1}{h_2 \cdot 2p \cdot \mathrm{R}_3 \cdot L} \qquad (6)$$

Ora resta da determinare $\dot{Q}$, sapendo che è uguale a $\frac{\Delta T}{R_{tot}}$, a R_{tot} si sostituisce la (6)

$$\dot{Q} = \frac{(2p \cdot L) \cdot (T_{\mathrm{int}} - T_{est})}{\frac{1}{h_1 \cdot \mathrm{R}_1} + \frac{\ln \frac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{R}_1}}{l_1} + \frac{\ln \frac{\mathrm{R}_3}{\mathrm{R}_2}}{l_2} + \frac{1}{h_2 \cdot \mathrm{R}_3}} \qquad (7)$$

$\dot{Q}$ si può scrivere anche in altra forma, cioè utilizzando la conduttanza termica *K*, ma in questo caso bisogna che compaia anche *S*.

$$\dot{Q} = K \cdot S \cdot \Delta T \qquad (8)$$

A seconda della superficie in considerazione si potranno avere diversi *K*, per evitare ciò di regola si considera il raggio interno del tubo, quindi si avrà che

$$S_1 = 2p \cdot \mathrm{R}_1 \cdot L \qquad (9)$$

$$K_1 = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \ln \frac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{R}_1} \cdot \frac{R_1}{l_1} + \ln \frac{\mathrm{R}_3}{\mathrm{R}_2} \cdot \frac{R_1}{l_2} + \frac{R_1}{h_2 \cdot \mathrm{R}_3}} \qquad (10)$$

Ora alla formula (8) si andrà a sostituire al posto di *S* la (9) e al posto di *K* la (10), come segue:

$$\dot{Q} = (2p \cdot \mathrm{R}_1 \cdot L) \cdot (T_{\mathrm{int}} - T_{est}) \cdot \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \ln \frac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{R}_1} \cdot \frac{R_1}{l_1} + \ln \frac{\mathrm{R}_3}{\mathrm{R}_2} \cdot \frac{R_1}{l_2} + \frac{R_1}{h_2 \cdot \mathrm{R}_3}} \qquad (11)$$

ESERCIZIO 1

Si ha un tubo in acciaio ricoperto da isolante, si determini, con i dati a disposizione, la temperatura di parete esterna T_{pe}.

Dati del problema:

$l_1 = 60\dfrac{W}{mK}$, $l_2 = 0.04\dfrac{W}{mK}$, R_1= 0.1m, R_2= 0.105m, R_3= 0.15m, L= 1m, $h_1 = 100\dfrac{W}{m^2K}$, $h_2 = 5\dfrac{W}{m^2K}$.

Scopo del problema:

$\dot{Q}$, T_{pe}, T_2.

Procedimento:

Ipotizzo di conoscere le temperature di parete interna ed esterna pari a: T_{pi}= 100°C T_{pe}= 20°C.
Utilizzo la formula (7), ma senza inserire *h* perché per ora non lo considero.
Ora determino la temperatura T_2 nello strato di interfaccia, scrivendo la legge di Ohm solo per il tratto che contiene R_1 e R_2.

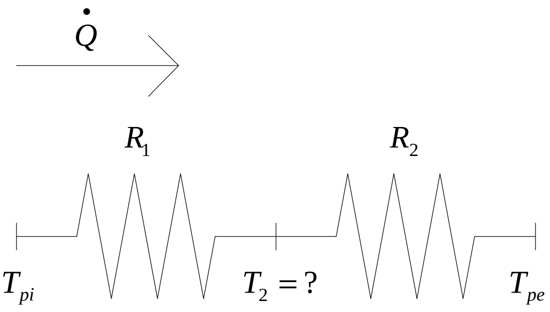


Figura 3

Sarà: $\dot{Q} = \dfrac{T_{pi} - T_2}{R_1}$ da cui ricavo che

$$T_2 = T_{pi} - \dot{Q} \cdot R_1 \qquad (12)$$

Adesso considero anche il coefficiente di convezione *h*, quindi potrò utilizzare òa formula (10) con tutti i termini descritti.
Solo ora posso calcolare la T_{pe} corretta, utilizzando lo stesso metodo usato per ricavare T_2, ma in questo caso dovrò utilizzare la resistenza di convezione esterna e non R_1. Questa si ricaverà attraverso la formula (5) cioè:

$$R_{conv\_est} = \frac{1}{h_2 \cdot 2p \cdot L \cdot R_3} \qquad (13)$$

$$\dot{Q} = \frac{T_{pe} - T_{est}}{R_{conv\_est}} \Rightarrow T_{pe} = T_{est} + \dot{Q} \cdot R_{conv\_est} \qquad (14)$$

Supponiamo di adottare un isolante diverso con $l_2 = 0.4\frac{W}{mK}$ e di lasciare invariati gli altri dati, determinare, quindi, la nuova potenza termica $\dot{Q}$, e la T_{pe}. Si utilizzeranno le stesse formule di prima.

Calcoli:

Dalla (7): $$\dot{Q} = \frac{(2p \cdot 1)\cdot(100-20)}{\frac{\ln\frac{0.105}{0.1}}{60} + \frac{\ln\frac{0.15}{0.105}}{0.04}} = \frac{80\cdot 6.28}{8.13\cdot 10^{-4} + 8.9} = 56.37W$$

Nota: si nota subito come la R_1= $8.13\cdot 10^{-4}$ si possa anche trascurare, dato il suo valore molto piccolo.

Dalla (12): $$T_2 = 100 - 56.37\cdot 8.13\cdot 10^{-4} = 99.992°C$$

Nota: è come se esistesse solo lo strato di isolante, perché il tubo in acciaio è non trattiene nulla al suo interno se non il fluido che gli scorre dentro,

Dalla (7):

$$\dot{Q} = \frac{(2p \cdot 1)\cdot(100-20)}{\frac{1}{100\cdot 0.1} + \frac{\ln\frac{0.105}{0.1}}{60} + \frac{\ln\frac{0.15}{0.105}}{0.04} + \frac{1}{5\cdot 0.15}} = \frac{80\cdot 6.28}{0.1 + 8.13\cdot 10^{-4} + 8.9 + 0.267} = 47.83W$$

Nota: è molto sensibile la differenza delle due potenze termiche calcolate, quindi si conclude che non si possono ignorare io fenomeni convettivi all'interno dei tubi.

Dalla (13): $$R_{conv\_est} = \frac{1}{5\cdot 2p \cdot 1\cdot 0.15} = 0.212\frac{K}{W}$$

Dalla (14): $$T_{pe} = 20 + 47.83\cdot 0.212 = 30.15°C$$

Nota: ora la temperatura è accettabile, anche dal punto di vista della sicurezza. Si ricorda che la nostra pelle si ustiona se a contatto con superfici aventi temperature maggiori di circa 45°C.

Dalla (7):

$$\dot{Q} = \frac{(2p \cdot 1)\cdot(100-20)}{\frac{1}{100\cdot 0.1} + \frac{\ln\frac{0.105}{0.1}}{60} + \frac{\ln\frac{0.15}{0.105}}{0.4} + \frac{1}{5\cdot 0.15}} = \frac{80\cdot 6.28}{0.1 + 8.13\cdot 10^{-4} + 0.89 + 0.267} = 216W$$

Dalla (14): $$T_{pe} = 20 + 216\cdot 0.212 = 65.8°C$$

Nota: Sia la potenza termica sia la temperatura sono aumentate sensibilmente, quindi non si possono ritenere accettabili. L'isolante deve essere cambiato.

Nota: a volte si usa ricoprire il tubo isolato con un altro tubo, questo però non comporta ulteriori dispersioni termiche, quindi il ë di quest'ultimo tubo è trascurabile. Questo metodo viene utilizzato quando si vuole proteggere l'isolante.

RAGGIO CRITICO DELL’ISOLANTE

Si riprenda la formula (11):

$$\dot{Q} = (2p \cdot \mathrm{R}_1 \cdot L)\cdot(T_{\mathrm{int}} - T_{est})\cdot \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \ln\frac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{R}_1}\cdot\frac{R_1}{l_1} + \ln\frac{\mathrm{R}_3}{\mathrm{R}_2}\cdot\frac{R_1}{l_2} + \frac{R_1}{h_2\cdot \mathrm{R}_3}}$$

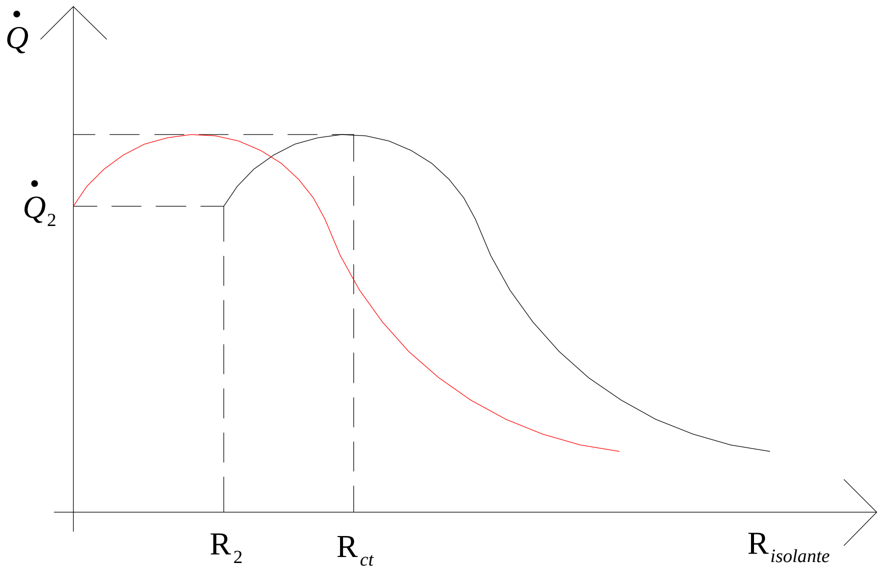


Figura 4

Dal grafico si può vedere che se si aumenta il raggio dell’isolante $\ln\frac{\mathrm{R}_3}{\mathrm{R}_2}\cdot\frac{R_1}{l_2}$ aumenta mentre $\frac{R_1}{h_2\cdot \mathrm{R}_3}$ diminuisce, quindi senza isolante si avrà una determinata potenza termica $\dot{Q}_2$ mentre con l’isolante la potenza termica $\dot{Q}$ aumenta.

Il nostro scopo è trovare per quale valore di R si ha la potenza termica $\dot{Q}$ maggiore.
Per far questo si deve calcolare il massimo della funzione disegnata nel grafico. Ecco riportati alcuni passaggi matematici.

$$\mathrm{DER}\left[\frac{\mathrm{R}_1}{l_2}\cdot\ln\frac{\mathrm{R}_3}{\mathrm{R}_2} + \frac{\mathrm{R}_1}{\mathrm{R}_3}\cdot\frac{1}{h_2}\right] = 0$$

$$\frac{\mathrm{R}_1}{l_2}\cdot\frac{\mathrm{R}_2}{\mathrm{R}_3}\cdot\frac{1}{\mathrm{R}_2} - \frac{\mathrm{R}_1}{h_2}\cdot\frac{1}{\mathrm{R}_3^{\,2}} = 0$$

$$\frac{\mathrm{R}_1}{l_2} - \frac{\mathrm{R}_1}{h_2}\cdot\frac{1}{\mathrm{R}_3} = 0$$

Il <u>*RAGGIO CRITICO DELL’ISOLANTE*</u> sarà:

$$R_3 = R_{cr} = \frac{l_2}{h_3} \qquad (15)$$

Se si vuole dimensionare un tubo, bisogna ricordare che $R_3 < R_{esterno}$
Da quanto detto e dalla (15) si ricava che

$$l_2 < \frac{h_3 \cdot R_2}{2} \qquad (16)$$

Nota: il secondo termine è stato diviso per 2, dovuto al coefficiente di sicurezza che si è soliti inserire.

Quindi sarà:

$$R_{cr} < \frac{R_2}{2} \qquad (17)$$

Esempio: Si usino i dati dell'esercizio 1.

$$R_{cr} = \frac{l_2}{h_3} = \frac{0.04}{5} = 0.008m$$

R_2= 0.0105 quindi il risultato è accettabile.

Se usassimo $l_2 = 0.4\frac{W}{mK}$

$$R_{cr} = \frac{l_2}{h_3} = \frac{0.4}{5} = 0.8m$$

Il risultato si può ritenere accettabile anche se non è minore di $\frac{R_2}{2}$.

ESERCIZIO 2

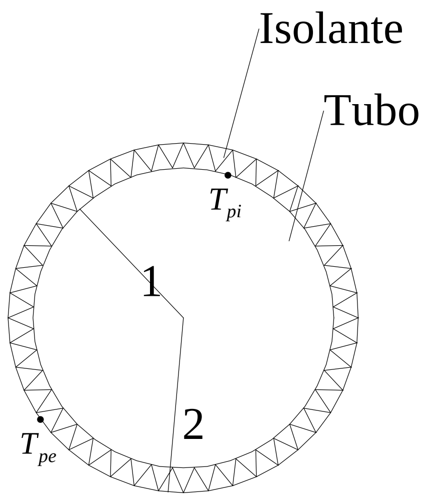


Figura 5

Si ha un cavo elettrico percorso da corrente elettrica, si determini con i dati a disposizione la temperatura di parete esterna.

Dati del problema:

A= 1mm^2, $R_{tubo} = 1\frac{\Omega}{m}$, L= 1m, $h = 50\frac{W}{m^2K}$, T_{est}= 20°C, $l_g = 1\frac{W}{mK}$

Scopo del problema:

$\dot{Q}$, T_{pe}.

Procedimento:

Per ora consideriamo il cavo come non isolato e ne calcoliamo la temperatura di parete usando la formula (14) cioè:

$$T_{pe} = T_{est} + \dot{Q} \cdot R$$

La potenza termica vale:

$$\dot{Q} = R \cdot i^2 \qquad (18)$$

La resistenza vale:

$$R = \frac{1}{h \cdot 2p \cdot \mathrm{R}_f \cdot L} \qquad (13)$$

Adesso introduciamo nei calcoli anche l'isolante in gomma; quindi calcoliamo il raggio dell'isolante utilizzando il raggio critico dell'isolante formula (15), $\mathrm{R}_{cr} = \frac{l_2}{h_3}$.

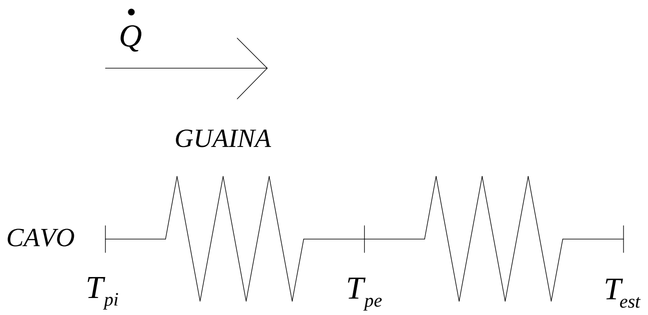


Figura 6

Calcolo la resistenza totale con la formula (6) semplificata, cioè:

$$R_{tot} = \frac{\ln \frac{\mathrm{R}_{iso}}{\mathrm{R}_f}}{2p \cdot l_g \cdot L} + \frac{1}{h \cdot 2p \cdot \mathrm{R}_{iso} \cdot L} \qquad (6)$$

Con la stessa formula di prima (14) calcolo la temperatura di parete interna.
Per calcolare la temperatura di parete esterna utilizzerò la legge di Ohm applicata alla seconda resistenza. La formula da utilizzare sarà:

$$T_{pe} = T_{est} + \dot{Q} \cdot \frac{1}{h \cdot 2p \cdot \mathrm{R}_{iso} \cdot L} \qquad (19)$$

Supponiamo di adottare un isolante diverso con $l_2 = 0.1 \frac{W}{mK}$ e di lasciare invariati gli altri dati, determinare, quindi, la nuova potenza termica $\dot{Q}$, e la T_{pe}. Si utilizzeranno le stesse formule di prima.

Procedimento:

Dalla (18): $\dot{Q} = 1 \cdot 5^2 = 25W$

Dalla (13): $R = \dfrac{1}{50 \cdot 2\pi \cdot 0.000564 \cdot 1} = 5.644\dfrac{K}{W}$

Dalla (14): $T_{pe} = 20 + 25 \cdot 5.644 = 161.1°C$

Dalla (15): $\mathrm{R}_{cr} = \dfrac{1}{50} = 0.02$

Dalla (6): $R_{tot} = \dfrac{\ln\dfrac{0.02}{0.000564}}{2\pi \cdot 1 \cdot 1} + \dfrac{1}{50 \cdot 2\pi \cdot 0.02 \cdot 1} = 0.727\dfrac{K}{W}$

Dalla (14): $T_{pi} = 20 + 25 \cdot 0.727 = 38.15°C$

Dalla (19): $T_{pe} = 20 + 25 \cdot \dfrac{1}{50 \cdot 2\pi \cdot 0.02 \cdot 1} = 23.98°C$

Nota: ora adottiamo l'isolante in plastica.

Dalla (15): $\mathrm{R}_{cr} = \dfrac{0.1}{50} = 0.002\,\mathrm{m}$

Nota: il raggio critico è maggiore del raggio del filo, ma ipotizziamo di tenere questo risultato.

Dalla (6): $R_{tot} = \dfrac{\ln\dfrac{0.002}{0.000564}}{2\pi \cdot 0.01 \cdot 1} + \dfrac{1}{50 \cdot 2\pi \cdot 0.002 \cdot 1} = 3.606\dfrac{K}{W}$

Dalla (14): $T_{pi} = 20 + 25 \cdot 3.606 = 110.15°C$

Dalla (19): $T_{pe} = 20 + 25 \cdot \dfrac{1}{50 \cdot 2\pi \cdot 0.002 \cdot 1} = 59.79°C$

Nota: dal risultato si deduce che il materiale usato non è abbastanza isolante.

APPENDICE
Per la maggior parte dei materiali la conducibilità termica ë di un materiale, varia al variare della temperatura (generalmente aumenta all'aumentare della temperatura) nella pratica si utilizza un valore medio e si considera costante.

Materiale	**Conducibilità termica a 20°C (W/mK)**
Acciaio con 5% Ni	29
Acciaio con 30% Ni	105
Acqua (liquido in quiete a 20°C)	0.63
Acqua pesante 10÷100°C	0.56÷0.65
Alcool	0.21
Alluminio	210
Aria in quiete a 20°C	0.026
Argentana	27
Argento	420
Asfalto	0.64
Basalto	1.27÷3.5
Bronzo	58÷65
Carbone	0.14÷0.17
Carbone di storta	4
Carbone in polvere	0.12
Cartone	0.14÷0.23
Cartongesso in lastre	0.21
Caucciù	0.13÷0.23
Celluloide	0.35
Cellulosa compressa	0.24
Cemento in polvere	0.070
Cenere	0.069
Creta	0.90
Duralluminio	160
Ferro elettrolitico	87
Ferro ed acciaio	46.5/58
Fibre di vetro	0.0345
Gesso	0.4
Ghiaccio	2.20/2.50
Ghisa	50
Glicerina	0.220
Grafite	4.9
Granito	3.18÷4.10
Incrostazioni caldaia	1.16÷3.49
Intonaco di calce e gesso	0.70
Lana di roccia	0.0462
Legno asciutto perpendicolare alle fibre di abete e pino	0.10÷0.12
Legno asciutto perpendicolare alle fibre di quercia	0.18
Legno asciutto parallelamente alle fibre	0.15÷0.27
Linoleum	0.18
Manganina	23

Marmo	2.1÷3.5
Mercurio liquido a 0°C	8.13
Mercurio liquido a 60°C	9.64
Mercurio liquido a 120°C	10.92
Mercurio liquido a 160°C	11.6
Mercurio liquido a 222°C	12.78
Mica	0.39
Muratura di pietrame	1.40÷2.40
Muratura refrattaria (dinas,shamotte,silica) 200°C	0.70÷0.90
Muratura refrattaria (dinas,shamotte,silica) 1000°C	1.2÷1.4
Naftalina	0.37
Neve (appena caduta e per strati fino a 3cm)	0.06
Neve (soffice, strati da 3 a 7cm)	0.12
Neve (moderatamente compatta, strati da 7 a 10cm)	0.23
Neve (compatta, strati da 20 a 40cm)	0.70
Nichel	58÷65
Oli e petroli	0.12÷0.17
Oro	299
Ottone	70÷116
Pietra arenaria	1.30÷1.75
Pietra calcare compatta	0.70
Pietra calcare granulosa	0.95
Piombo solido	35
Pb 44.5% + Bi 55.5% (lega liq.) 160÷320°C	9.2÷11.3
Platino	70
Poliuretani espansi con F11	0.0159
Poliuretani espansi con CO2	0.0302
Polistiroli espansi	0.0301
Porcellana	0.80÷1.05
Quarzo perpendicolare all’asse	6.60
Quarzo parallelo all’asse	12.80
Quarzo oggetti fusi	1.41.9
Rame (8300 Kg/mc	302
Rame (8900 Kg/mc)	395
Resine fenoliche espanse	0.0345
Sabbia asciutta	0.35
Sabbia con 7% di umidità	1.16
Schiuma di vetro	0.0576
Sodio solido	125.60
Sodio liquido 100÷500°C	86÷67
Na 56% + K 44% (lega Na, K lig.) 100÷500°C	27
Stagno	64
Steatite	2.7

Sughero (200 Kg/mc)	0.0409/0.052
Vetro	0.5÷1
Wood (lega)	12.78
Zinco	110
Zolfo	0.23

Materiale	**Conducibilità termica a 0°C (W/mK)**
Aria	0.0241
Azoto	0.0.0241
Freon 11	0.0098
CO2	0.0147
Ossigeno	0.0245
Vapor d’acqua	0.0207