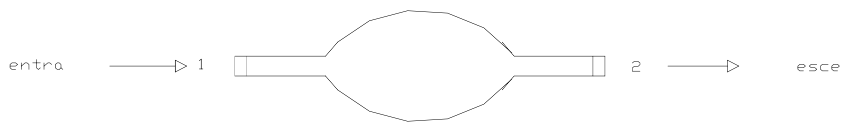
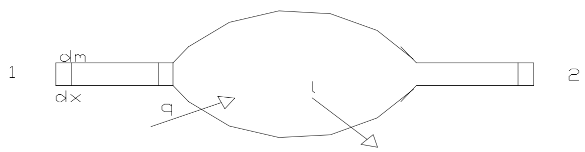
MOTO DEI FLUIDI NEI CONDOTTI E SISTEMI APERTI

Un fluido in moto tra la sezione d'ingresso e la sezione d'uscita di un condotto è un esempio di sistema aperto.



Normalmente tali sezioni sono piccole quindi le proprietà (pressione,temperatura,densità ecc.) si considerano costanti sia in entrata che in uscita.
Vi sono alcune caratteristiche da tenere in considerazione:
1) Se avviene uno scambio di calore si verifica tramite la superficie impermeabile.Tale scambio non può avvenire attraverso le zone di sezione.Questo annulla il flusso di calore lungo i tubi d'ingresso e d'uscita.
2) Il lavoro può essere scambiato attraverso la superficie impermeabile (ex.albero rotante) o attraverso le due sezioni ;nel secondo caso viene detto lavoro di pistonamento.



La massa si sposta spinta dalla pressione del fluido a monte.
La pressione moltiplicata per lo spostamento mi produce un lavoro.

$dl = p \cdot Adx$

p=pressione
A=area condotto
Dx=porzione di condotto occupata dalla massa

$Adx = dV$

$dl = pdV \qquad lp = p \cdot V$

Tale lavoro corrisponde al lavoro di pistonamento.
Nella sezione 1 avrò un lavoro di pistonamento $lp_1 = p_1 \cdot V_1$
Nella sezione 2 avrò un lavoro di pistonamento $lp_2 = p_2 \cdot V_2$
Ogni kg che entra compie un lavoro d'entrata
Ogni kg che esce compie un lavoro d'uscita
Un sistema in cui la quantità di fluido che entra corrisponde alla quantità di fluido che esce si dice sistema aperto a regime stazionario ad indicare che la quantità di massa imprigionata è costante nel tempo.
Nei nostri studi ci occuperemo di sistemi aperti a regime stazionario.

EQUAZIONE DI BILANCIO DELL'ENERGIA IN UN SISTEMA APERTO
Supponiamo di prendere un sistema chiuso ausiliario di massa costante, un tempo iniziale T_0 e un tempo $T_1 = T_0 + 1s$
La massa totale,che rimarrà costante nel tempo,sarà uguale alla massa interna sommata a quella in entrata
L'energia al tempo T_0 ,che indicheremo con Ev (energia vecchia)sarà data da

$Ev = Er + E_1$

Dove Er corrisponde all'energia del recipiente e E_1 a quella posseduta dalla massa entrante

Analizzando la situazione dopo 1 sec noterò che è entrata la quantità di massa dM_1 ,ma è uscita una quantità di massa dM_2 equivalente a dM_1 in quanto sto analizzando un regime stazionario.
Al tempo $T_0 + 1s$ sec avrò un'energia (Enuova)pari a $En = Erec + E_2 + Q - Ltot$
Dove E_2=energia posseduta dalla massa in uscita
Q=quantità di calore entrata nel sistema
L=lavoro attraverso la superficie impermeabile sommato al lavoro di pistonamento
Per il primo principio della termodinamica En deve essere uguale a Ev

$$Ev = En$$
$$Er + E_1 = Er + E_2 + Q - Ltot$$
$$E_2 - E_1 = Q - Ltot \qquad Ltot = L + Lp$$
$$E_2 - E1 = Q - (L + Lp)$$

Siccome la portata in massa e costante posso moltiplicarla per tutti i fattori.

$$E = Ecin + Epot + U$$

$$\dot{M} \cdot \left[\left(Ecin_2 + Epot_2 + U_2 \right) - \left(Ecin_1 + Epot_1 + U_1 \right) \right] = \left[q - l - \left(p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1 \right) \right] \dot{M}$$

$$\left(\frac{w_2^{\ 2}}{2} + g \cdot z_2 + u_2 + p_2 \cdot V_2 \right) - \left(\frac{w_1^{\ 2}}{2} + g \cdot z_1 + p_1 \cdot V_1 + U_1 \right) = q - l$$

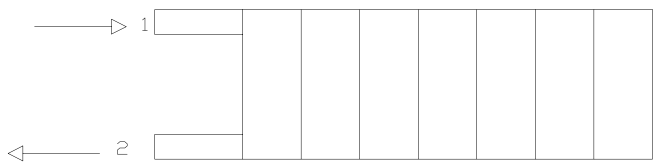
$$u_2 + p_2 \cdot V_2 = h_2$$
$$u_1 + p_1 \cdot V_1 = h_1$$

$$\frac{w_2^{\ 2} - w_1^{\ 2}}{2} + g \cdot \left(z_2 - z_1 \right) + h_2 - h_1 = q - l$$

che è l’equazione di bilancio dell’energia per un sistema aperto stazionario.

ESERCIZIO

Calcolare il calore che un corpo scaldante (termosifone) fornisce all’ambiente circostante.



Dati:

$$\dot{Q} = ?$$
$$\dot{M} = 0{,}1 \frac{kg}{s}$$
$$T_1 = 80^o C$$
$$T_2 = 70^o C$$
$$\dot{Q} = q \cdot \dot{M}$$
$$\dot{M} \cdot \left[\left(Ecin_2 + Epot_2 + U_2 \right) - \left(Ecin_1 + Epot_1 + U_1 \right) \right] = \left[q - l - \left(p_2 \cdot V_2 - p_1 \cdot V_1 \right) \right] \dot{M}$$

Il lavoro di pistonamento è nullo in quanto non sono presenti pompe tra le due sezioni.

Non considero le energie cinetiche perché se sezione1=sezione2 anche le velocità si eguagliano e siccome hanno segno opposto le posso eliminare.Se non ho una variazione di velocità non riscontro una variazione di energia cinetica.
Nel corpo scaldante è presente una pompa che fornisce una certa portata d'acqua indifferentemente dallo sbalzo di quota,ma dà un contributo ridicolo di conseguenza posso trascurarla.
L'equazione finale per la risoluzione del problema sarà

$$q = h_2 - h_1 = cl \cdot (T_2 - T_1) = 4187 \frac{j}{kg \cdot k} \cdot 10k = 41870 \frac{j}{kg}$$
$$\dot{Q} = 41870 \cdot 0{,}1 = 4187w$$

Questa forma dell'equazione si presta molto bene alla risoluzione di problemi termici.
Più interessante dal punto di vista didattico è occuparsi di sistemi in cui mi occupo di dimensionamento idraulico.
In questa circostanza diventano fondamentali le perdite per attrito e mi devo ricondurre all'equazione di bilancio dell'energia in forma meccanica

$$\frac{w_2^{\ 2} - w_1^{\ 2}}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho} + R = -l$$

La parte termica dell'equazione viene eliminata; solo il lavoro di pistonamento rimane legato all'entalpia.
La densità è costante.
Siamo nell'ipotesi tipica dell'idraulica in cui studio fluidi a densità costante.
Tale semplificazione non è sempre corretta.In alcuni casi devo tenere conto dei fenomeni d'attrito che generano una dispersione di calore.
In quest'ultima circostanza non ho più un'equazione in termini conservativi ,ma un bilancio che si dice in passivo in quanto una parte di energia meccanica è diventata energia termica)

$$\frac{w_2^{\ 2} - w_1^{\ 2}}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho} + R = -l$$

Le R vengono dette perdite di carico e si esprimono come altezze in m.
In realtà tale termine è improprio perché rappresenta un'energia per unità di massa (J/Kg)e non un'altezza in m.
Carico=pressione che una colonna di liquido alta 50m esercita sulla sua base.Tale pressione viene regolata dalla legge di Stevino(relazione certa che deriva dalla legge di gravitazione).

$$p = \frac{p}{A} = \frac{V \cdot m \cdot g}{A} = \frac{A \cdot h \cdot g \cdot \rho}{A} = h \cdot g \cdot \rho$$

Tale relazione consente di convertire il carico in metri nella pressione corrispondente.

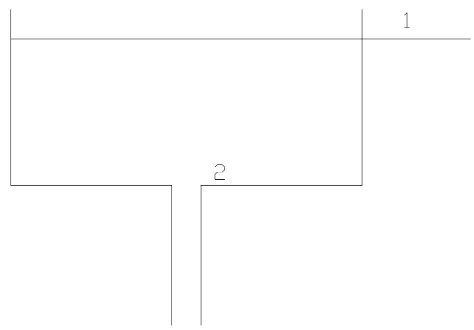
$$h = \frac{p}{g \cdot \rho}$$

Il termine più corretto per indicare il carico è "perdita di resistenza".
Esistono una serie di casi semplici dove R è trascurabile;in questo caso l'equazione torna ad essere di bilancio conservativo e viene detta equazione di Bernoulli.
Se invece ho delle perdite di resistenza l'equazione viene detta equazione integrata di Navier.
L'equazione si chiuderà in pareggio se non ho resistenze;in passivo se queste sono presenti.

L'equazione di bilancio in forma meccanica trova applicazione ,per esempio, nel dimensionamento dei condotti del gas .
Un edificio deve possedere gli spazi sufficienti per far circolare i tubi dei vari impianti.
Un architetto deve essere in grado di calcolare il dimensionamento generale dell'edificio.

ESERCIZIO

Ho un serbatoio forato alla base.Voglio calcolare:
la velocità d'uscita w?
La portata in volume d'uscita $\dot{V}$?
La portata in massa d'uscita $\dot{M}$?



Dati:
$H = 5m$
$d_2 = 5cm$
Di fondamentale importanza è stabilire dove collocare le sezioni 1 e 2.
Nel caso specifico posiziono la sezione1 al pelo libero e la sezione2 allo sbocco.
Questa scelta mi comporta alcuni vantaggi:
1) la pressione coincide con quella atmosferica sia in1 che in 2
La pressione di cui parliamo è la pressione di Stevino che fa riferimento al liquido fermo.Il getto dell'acqua non è dato è dato dalla pressione,ma dalla quantità di moto;la capacità penetrante del fluido è proporzionale alla quantità di moto.La pressione è quella che misuriamo con un manometro che si muove assieme al fluido.
Normalmente la pressione atmosferica può essere trascurata.
2) nella sezione1,avendo un vasto pelo libero ,la velocità di abbassamento del fluido è molto piccola,infinitesima rispetto a w_2 quindi posso trascurarla.
L'equazione finale risulta:

$$\frac{w_2^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) + R = -l$$

$$\frac{w_2^2}{2} + g \cdot (z_2 - z_1) = 0 \qquad z_2 < z_1 \qquad z_2 - z_1 = -H$$

10.01.2003 h. 08,30 – 10,30

$$\frac{w_2}{2} + g \cdot H = 0$$

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot H}$$

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 5} = 9{,}90 \frac{m}{s}$$

La velocità torriceliana è la velocità massima che può raggiungere un corpo cadendo da un'altezza h.
OSS. Il diametro non compare nella formula.La velocità è indipendente dal diametro della sezione2. La massa non compare nella formula.La velocità è indipendente dalla massa.

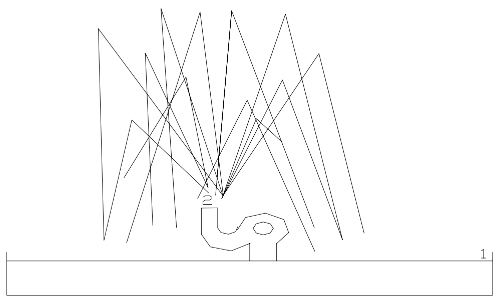
$$\dot{V} = A \cdot w = 1{,}96 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}90 = 0{,}0194 \frac{m^3}{s} = 19{,}4 \frac{l}{s}$$

$$A = \pi \cdot \frac{d^2}{4} = \frac{3{,}14 \cdot (0{,}05)^2}{4} = 1{,}96 \cdot 10^{-3} m^2$$

$$\dot{M} = A \cdot w \cdot \rho = 1000 \cdot 9{,}90 \cdot 1{,}96 \cdot 10^{-3} = 19{,}4 \frac{kg}{s}$$

ESERCIZIO

Analizziamo ora un caso in cui è presente una pompa.
Pompa:macchina operatrice per spostare fluidi compressibili o incompressibili.Nella pratica sono indicate con tale nome sia le macchine idrauliche atte a sollevare o spingere un liquido sia le macchine operatrici pneumatiche atte a comprimere o rarefare un gas,dette compressori e aspiratori.
Grandezze caratteristiche di una pompa per i liquidi sono
Prevalenza:altezza massima alla quale la pompa può sollevare il liquido pompato;si misura in bar.Si può vedere come l'incremento di pressione
Portata:quantità di liquido pompato nell'unità di tempo.
In questo esercizio è presente una pompa centrifuga (solitamente le pompe centrifughe sono costituite da una ruota a palette che gira ad elevata velocità in una camera chiusa comunicante al centro con la tubazione d'aspirazione attraverso il distributore,elemento di guida del liquido,e alla periferia con la tubazione di mandata attraverso il diffusore ;la girante,posta in rotazione da un motore trascina in rotazione,mediante le palette,il liquido,imprimendogli una forza centrifuga che da luogo a una depressione nel distributore a una pressione nel diffusore; in tal modo il liquido viene aspirato dalla tubazione d'aspirazione e pompato in quella di mandata).



Dati:

$z_1 = 5m$

$portata = 0{,}1\dfrac{kg}{s}$

$prevalenza = 5bar$

$z_3 = ?$

$\dfrac{w^2}{2} + g \cdot (5m) = 0$

Per trovare il lavoro fatto dalla pompa scrivo l'equazione di bilancio dell'energia relativo ad essa.
w è costante in quanto essendo le sezioni estremamente vicine posso considerare la quota costante.

$$\frac{p_2 - p_1}{\rho} = l$$

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot (500 \cdot 49{,}05)} = 30{,}03\frac{m}{s}$$

Per calcolare di quanto salgo ricavo h dalla formula della velocità torriceliana.

$$h = \frac{{w_2}^2}{2 \cdot g} = \frac{30{,}03^2}{2 \cdot 9{,}81} = 45{,}9m$$

che sommati ai 5m mi danno lo zampillo totale

$$z_3 = 45{,}5 + 5 = 50{,}9m$$