

Miscela di aria e vapore d'acqua

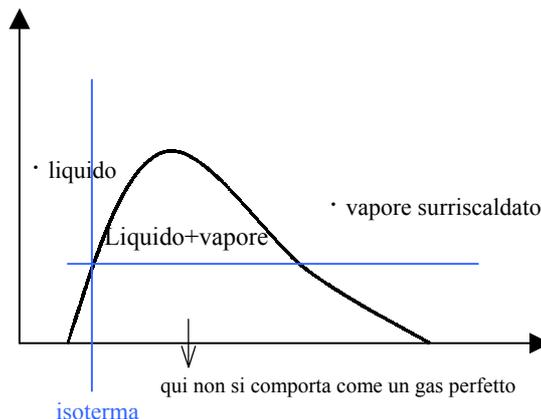
L'esigenza di studiare le miscele aria – vapore deriva dalla grande importanza che esse rivestono per il benessere termoisometrico dell'uomo e per la progettazione di impianti di condizionamento.

Si consideri la composizione media dell'aria secca, ossia priva di vapore d'acqua, costituita da circa il 78% di azoto, dal 21% di ossigeno e da 1% di gas rari e anidride carbonica.

Inoltre si consideri per l'aria secca una $T_c = 132,8$ K e una $p_c = 3,77$ Mpa: da ciò deriva che, anche per temperature inferiori a 0° C l'aria secca è considerata un gas perfetto purchè la pressione non si discosti eccessivamente dal valore di 0,1 Mpa (pressione atmosferica).

Si consideri il vapore d'acqua saturo caratterizzato da una $T_c = 647,3$ K e una $p_c = 22,1$ Mpa; inoltre se la temperatura raggiunge valori inferiori ai 100° C per i quali le pressioni di saturazione sono inferiori a 0,1 Mpa, è lecito assimilare il comportamento del vapore d'acqua a quello di un gas perfetto.

Di seguito è riportato il diagramma pV dell'acqua:



Occorre inoltre notare come il comportamento termodinamico del liquido sia ben diverso dal comportamento termodinamico del vapore saturo, a sua volta differente dal comportamento termodinamico del vapore surriscaldato (che consideriamo come un gas perfetto).

Per quanto riguarda la composizione della miscela d'aria- vapore d'acqua, l'abbondanza relativa dei componenti può essere espressa mediante il titolo, o tramite il grado idrometrico o umidità relativa φ , oppure tramite la saturazione ψ .

Definizione :

Il TITOLO rappresenta la frazione totale tra la massa del vapore d'acqua M_v e la massa totale M_{tot} .

$$x = \frac{M_v}{M_{tot}} \quad (1)$$

dove $M_{tot} = M_L + M_v$.

Nelle miscele aria - vapore d'acqua si definisce la composizione per mezzo del TITOLO x come rapporto tra la massa M_v del vapore e la massa d'aria M_a presenti in un volume V di miscela, e si indica:

$$x = \frac{M_v}{M_a} \quad (2)$$

Nel caso di vapori surriscaldati ci si riferisce alla massa d'aria secca, di conseguenza:

$$x = \frac{M_v}{M_a}$$

Si noti che al denominatore non compare la massa di vapore M_v , infatti trattandosi di aria secca la sua massa non varia mentre la M_{tot} può variare perché l'acqua a sua volta può condensare.

Si noti che M_v è solitamente più piccolo di M_a : ne consegue che $\frac{M_v}{M_a} \ll 1$; nel caso in cui invece la miscela sia costituita da un'alta percentuale di vapore ed in presenza di poca aria, il rapporto $\frac{M_v}{M_a}$ può assumere valori più elevati.

Si osservi inoltre come nelle miscele di aria- vapore il titolo non sia superiormente definito (varia da 0 a $+\infty$):

$$x = \frac{M_v}{M_{tot}} \text{ è compreso tra 0 e 1.}$$

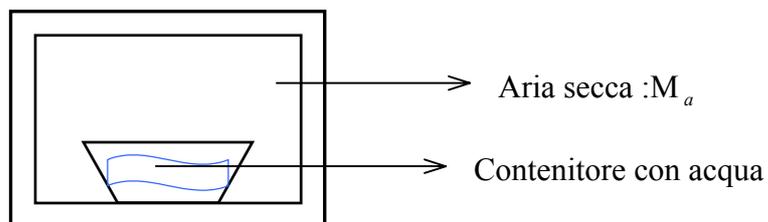
ESEMPIO:

Come si comporta una miscela di aria e vapore d'acqua ?

S'immagini di porre in una stanza con aria secca (ossigeno e azoto) un contenitore con acqua liquida. Parte di questa evaporerà creando in tal modo un ambiente saturato di vapore e ottenendo vapore saturo secco. Nel caso invece in cui si ponga poca acqua essa evaporerà interamente in quanto il vapore ha una pressione parziale inferiore a quella di saturazione.

$$p_v < p_{SAT} \quad (3)$$

Infatti normalmente nell'ambiente esterno non si ha mai $p_v < p_{SAT}$.



Il vapore d'acqua è presente in natura, fino al 4% in volume; è più leggero dell'aria ed è distribuito quasi totalmente nella troposfera. Proviene dalle attività dell'uomo e dall'evaporazione dell'acqua dei mari e di altri depositi d'acqua. Al

cambiamento di fase di grandi masse d'acqua nella troposfera è associato un notevole scambio di calore con manifestazioni ben evidenti quali la pioggia, la neve, la nebbia e la formazione di nubi.

Ad esempio la quantità di vapore d'acqua che si trova nell'aria può variare molto, ma la sua pressione può superare la pressione del vapore saturo secco alla temperatura dell'acqua. Quando ciò accade il vapore si condensa in goccioline e si forma la nebbia. Infatti il vapore surriscaldato tende a scendere alla temperatura raggiunta dal vapor saturo secco: in tal modo si crea la nebbia poiché il vapore è in equilibrio con il suo liquido. Si forma invece la pioggia quando il vapore surriscaldato diventa vapore secco.

Nell'uomo, ad esempio, il vapore è quasi saturo a 37°C, ma l'ambiente esterno ha pressione parziale minore, di conseguenza l'aria si espande e dalla bocca esce la "nuvoletta" che di norma emettiamo nelle giornate fredde.

Definizione: GRADO IGROMETRICO

La composizione di una miscela può essere assegnata anche attraverso il GRADO IGROMETRICO, che si definisce come il rapporto tra la massa M_v di vapore che si trova nel volume della miscela considerata e la massa M_s di vapore in grado di saturare quel volume di miscela alla medesima temperatura T .

φ si chiama GRADO IGROMETRICO

$$\varphi = \frac{p_v}{p_{vsat}} \quad (4)$$

$$\text{e anche } \varphi = \frac{M_v}{M_s} = \frac{M_v}{V} \frac{1}{\frac{M_s}{V}} = \frac{p_v}{p_{vsat}} \quad (5)$$

Dove p_v è la pressione di vapore e p_{vsat} è la pressione di saturazione del vapore d'acqua alla temperatura T ed è deducibile dai valori sotto riportati:

t(°C)	p_s (mm Hg)	p_s (kPa)	x_s ($\frac{g_v}{kg_a}$)
-25	0,47	0,06	0,38
-20	0,77	0,10	0,63
-15	1,24	0,16	1,0
-10	1,94	0,26	1,6
-5	3,01	0,40	2,5
0	4,58	0,61	3,8
5	6,5	0,87	5,4
10	9,2	1,23	7,6
15	12,8	1,70	10,6
20	17,5	2,34	14,7
25	23,8	3,17	20,0
30	31,8	4,24	27,2
35	42,2	5,62	36,6
40	55,3	7,37	48,8
45	71,9	9,58	65,0
50	92,5	12,33	86,2

Tabella 1: valori assunti da alcuni parametri termodinamici della miscela aria vapore d'acqua per $\phi = 1$ e $p = 101,3$ kPa.

Si noti inoltre che $0 < \phi < 1$ in particolare $\phi = 1$ se il vapore è saturo e $\phi = 0$ se non c'è vapore.

Il grado igrometrico viene spesso indicato in percentuale come UMIDITA' RELATIVA :

$$U.R. = \frac{p_v}{p_{vsat}} 100 \quad (6)$$

In tal caso U.R. risulta compreso tra 0 e 100%.

Consideriamo il vapore d'acqua come un GAS PERFETTO e di conseguenza utilizziamo:

$$p_a \cdot V = M_a \cdot R_a \cdot T \quad (7)$$

$$p_v \cdot V = M_v \cdot R_v \cdot T \quad (8)$$

Dette rispettivamente p_a e p_v le pressioni parziali dell'aria secca e del vapore d'acqua la pressione totale si esprime come somma delle pressioni parziali :

$$p_{tot} = p_a + p_v \cong 1 \text{ BAR} \quad (9)$$

dove la (9) è la LEGGE DI DALTON, meglio espressa come:

$$\sum_i p_i = \sum_i M_i p = p \quad (10)$$

dove $M_i = \frac{p_i}{p}$ e p_i = pressione parziale.

La somma delle pressioni parziali è uguale alla pressione totale della miscela. Dalla (7) e (8) ricaviamo il titolo x:

$$\frac{M_v}{M_a} \frac{R_v}{R_a} \frac{T}{T} = \frac{p_v}{p_a} \frac{V}{V} \quad (11)$$

ma $x = \frac{M_v}{M_a} \rightarrow x = \frac{R_a}{R_v} \frac{p_v}{p_a}$ e per la legge di Dalton

$$x = \frac{M_v}{M_a} = \frac{R_a}{R_v} \frac{p_v}{p_{tot} - p_v}$$

ma $p_v = \phi \cdot p_{sat}$ dalla (4) quindi $x = \frac{R_a}{R_v} \frac{\phi \cdot p_{sat}}{p_{tot} - \phi \cdot p_{sat}}$ (12)

E' noto che $R = \frac{R_o}{\mu}$ (13)

con μ = massa molare

$\mu_a = 29 \frac{kg}{kmol}$, massa molare dell'aria

$\mu_v = 18 \frac{kg}{kmol}$, massa molare del vapore.

Dunque $\frac{R_a}{R_v}$ è il rapporto inverso tra le masse molari e $\frac{R_a}{R_v} = \frac{\mu_v}{\mu_a} = \frac{18}{29} = 0,622$

Infine sostituiamo nella (12) che così risulta:

$$x = 0,622 \frac{\varphi \cdot p_{sat}}{p_{tot} - \varphi \cdot p_{sat}} \quad (14)$$

Occorre inoltre conoscere il grado igrometrico e la temperatura in quanto la p_{sat} dipende dalla temperatura per cui dalla (14) si ricava:

$$(p_{tot} - \varphi \cdot p_{sat}) x = 0,622 \cdot \varphi \cdot p_{sat}$$

$$x \cdot p_{tot} = \varphi \cdot p_{sat} (0,622 + x) \text{ da cui ricaviamo } \varphi :$$

$$\varphi = \frac{x \cdot p_{tot}}{p_{sat} (0,622 + x)} \quad (15)$$

che costituisce la relazione inversa per trovare φ .

Nei sistemi aperti

La termodinamica dei sistemi aria- vapore d'acqua si applica ai sistemi aperti.

Per un sistema chiuso l'equazione di bilancio dell'energia interna è la seguente:

$$U_2 - U_1 = Q - L \longrightarrow \text{variazione dell'energia interna}$$

Per un sistema chiuso invece l'equazione di bilancio dell'energia interna risulta essere:

$$H_2 - H_1 = Q - L \longrightarrow \text{variazione di entalpia}$$

dove $H = U + pV$.

Proprio grazie all'entalpia si può tenere conto sia del lavoro di espulsione, sia del lavoro di introduzione. L'entalpia risulta così essere una grandezza assai rilevante per le miscele di aria e vapore.

$$h = \frac{H}{M_a} \quad (16) \quad \text{dove} \quad M_a: \text{ massa dell'aria secca}$$

H: Entalpia totale

$$\text{E a sua volta l'entalpia totale} \quad H = M_a \cdot h_a + M_v \cdot h_v \quad (17)$$

Si definisce ENTALPIA SPECIFICA J

$$J = \frac{M_a \cdot h_a}{M_a} + \frac{M_v \cdot h_v}{M_a}$$

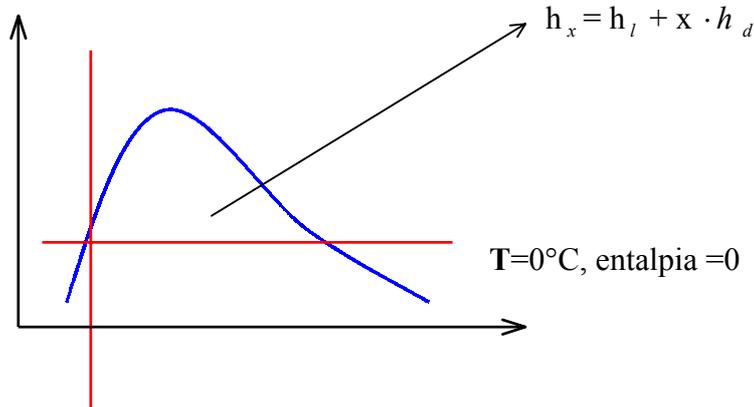
$$J = h_a + x \cdot h_v \quad (18)$$

La (18) si dice ENTALPIA SPECIFICA MISCELA ARIA- VAPORE D'ACQUA.

Si ponga attenzione a non confondere l'entalpia specifica J della miscela aria-vapore con l'entalpia di vapore saturo

$$h_x = h_l + x \cdot h_d \quad \text{dove } x \cdot h_d = r \quad (19)$$

r : calore latente di vaporizzazione dell'acqua.



Per definire l'entalpia è necessario definire il valore che l'entalpia assume in un determinato stato; perciò si è soliti assegnare il valore zero all'entalpia dell'aria secca a 0°C (come nel grafico) visto che è possibile tralasciare la pressione trattandosi di un gas perfetto.

L'entalpia specifica del vapore d'acqua alla generica temperatura t è pari al calore che è necessario fornire ad un kg di acqua per vaporizzarlo a 0°C e quindi riscaldare il vapore da 0°C a t °C.

Consideriamo

$$v_x = v_l + x v_d$$

$$j_x = j_l + x v_d$$

quindi se $J = h_a + x \cdot h_v \quad (18)$

$$J = c_{p_a} \cdot t + x \cdot (r + c_{p_v} \cdot t) \quad (19)$$

Dove c_{p_v} è la capacità termica specifica del vapore e $c_{p_a} = 1 \frac{kJ}{kgK}$, $r = 2500$

$\frac{kJ}{kgK}$, $c_{p_v} = 1,9 \frac{kJ}{kgK}$. Di conseguenza $J = t + x (2500 + 1,9 t)$ o meglio, è più

opportuno usare:

$$J = c_{p_a} \cdot t + x(r + c_{p_v} \cdot t) \quad (20)$$

Graficazione degli stati fisici su di un opportuno grafico.

Nonostante lo stato fisico della miscela aria- vapore d'acqua sia definita da 3 parametri e conseguentemente risulterebbe più opportuno un grafico a tre

dimensioni, poiché la maggior parte delle trasformazioni avviene a una pressione che poco si discosta da quella atmosferica, si usa solitamente un grafico piano.

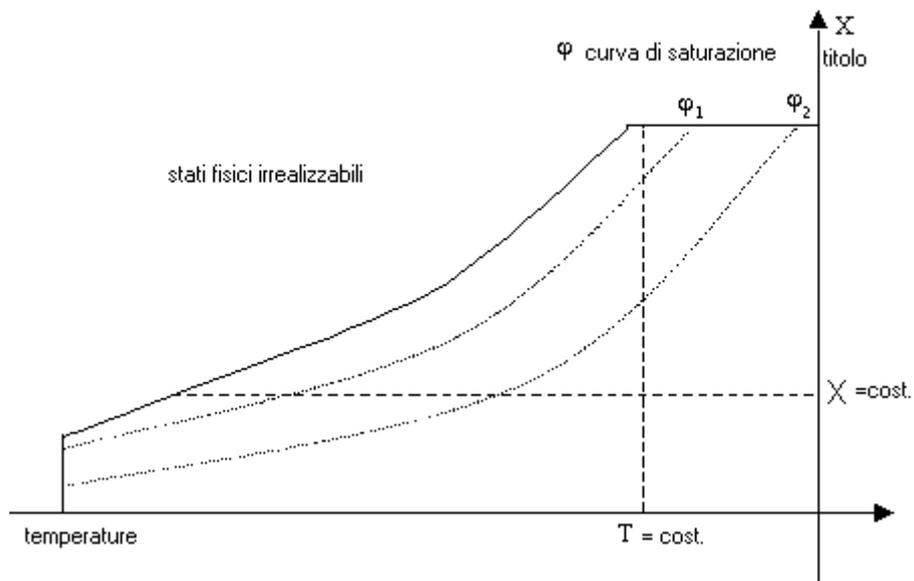
Largamente impiegato nel campo scientifico è il diagramma di Mollier, mentre il diagramma psicrometrico di origine anglosassone è adoperato per calcoli tecnici.

Il diagramma di Mollier utilizza coordinate oblique e riferisce in ascissa il titolo x e in ordinata l'entalpia specifica J della miscela riferita al kg di aria secca.

A sua volta da questo diagramma si ottiene attraverso un opportuno ribaltamento degli assi coordinati attorno alla diagonale per l'origine (ossia ruotando il diagramma in senso antiorario di 90°) il diagramma psicrometrico.

Il grafico riporta in ordinata il titolo e in ascissa le temperature. Inoltre allo scopo di agevolarne la lettura, i valori del titolo, espresso in grammi di vapore per kg di aria secca, sono riportati a destra, visto che la zona utile del grafico non interessa l'asse delle ordinate.

Sull'asse delle ascisse si leggono i valori delle temperature anziché dell'entalpia. Quest'ultima si legge su una retta trasversale situata al di sopra di una curva particolare detta curva di saturazione, una curva crescente che non ha però una relazione specifica che lega il titolo alle temperature T .



Gli stati fisici irrealizzabili sono quelli che si trovano sotto la curva di saturazione, mentre le altre curve del grafico sono curve a grado idrometrico costante che costituiscono un fascio che segue la curva limite di saturazione, ma con valori di titolo x più bassi.

Noto dunque il diagramma psicrometrico i calcoli riportati in precedenza possono essere sostituiti con una lettura diretta del grafico.

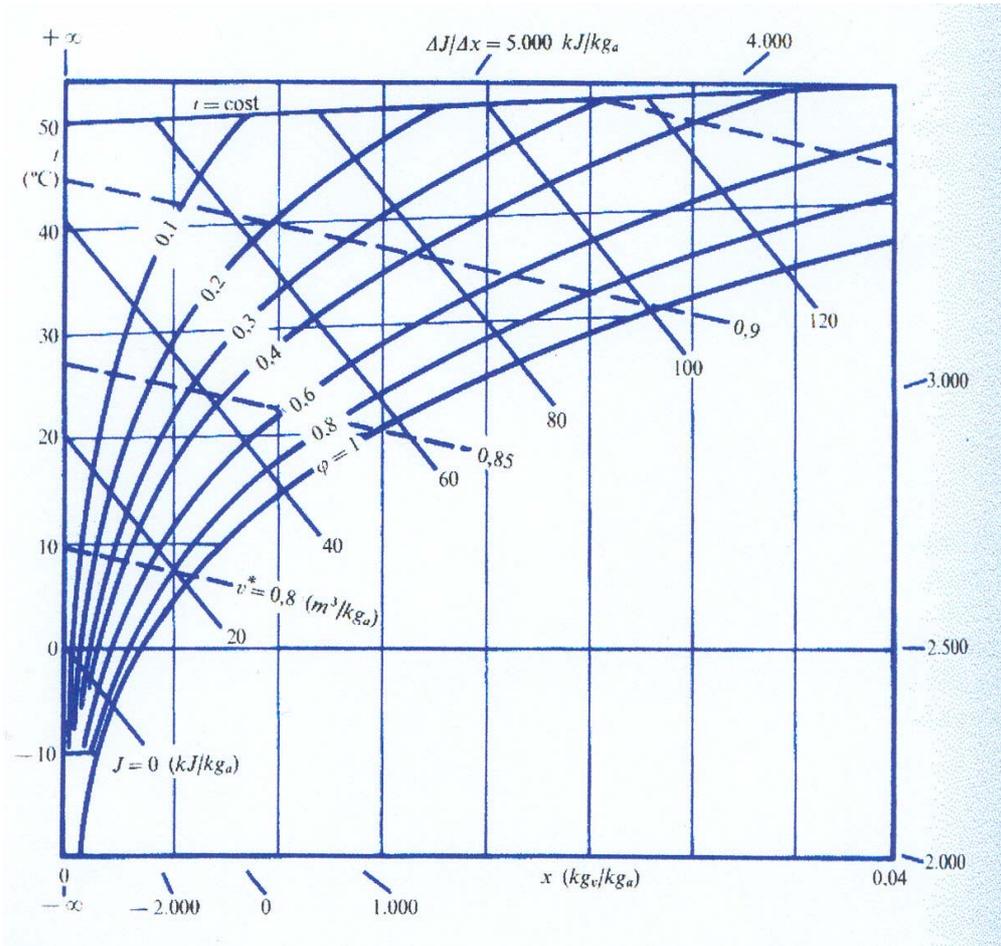


Figura 1:diagramma di Mollier per le miscele di aria vapore, a pressione atmosferica

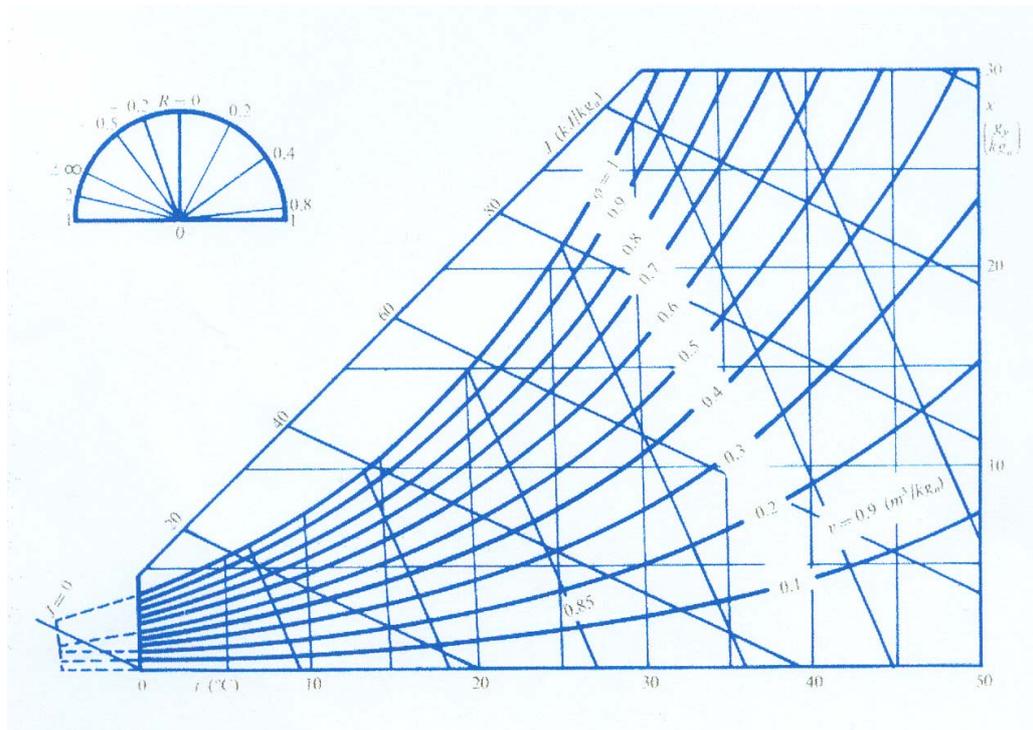


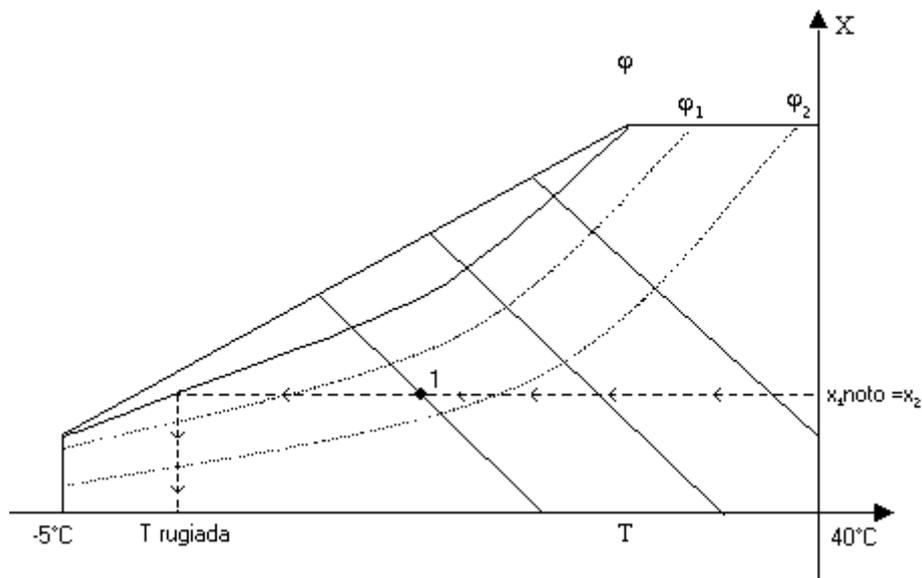
Figura 2:diagramma psicrometrico a pressione atmosferica

Temperatura di rugiada

Si supponga lo stato fisico 1; nel caso in cui si sottragga calore l'aria si raffredda fino a che il punto rappresentativo del suo stato viene a trovarsi sulla curva di saturazione. Se si continua a sottrarre calore (la temperatura scende ma il suo titolo rimane costante) parte del vapore presente condensa e quindi si assiste alla comparsa di goccioline d'acqua sulla superficie stessa che raffreddava l'aria.

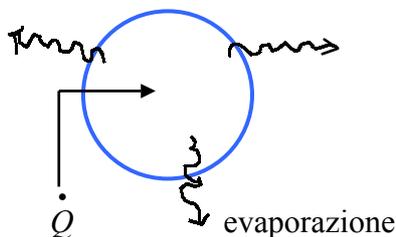
Definizione: La temperatura minima alla quale una miscela d'aria e vapore può essere raffreddata a titolo costante è la **TEMPERATURA DI RUGIADA** t_r , riconoscibile per via grafica o attraverso la risoluzione dell'equazione:

$$x = 0,622 \frac{p_s(t_{rugiada})}{p - p_s(t_{rugiada})} \quad (21)$$



Temperatura di bulbo bagnato

Si consideri un corpo bagnato; se esso non riceve calore si porta a condizioni termodinamiche d'equilibrio in virtù del fatto di essere bagnato $T_B < T_A$ dove T_A è la temperatura dell'aria e T_B è la temperatura del tubo.

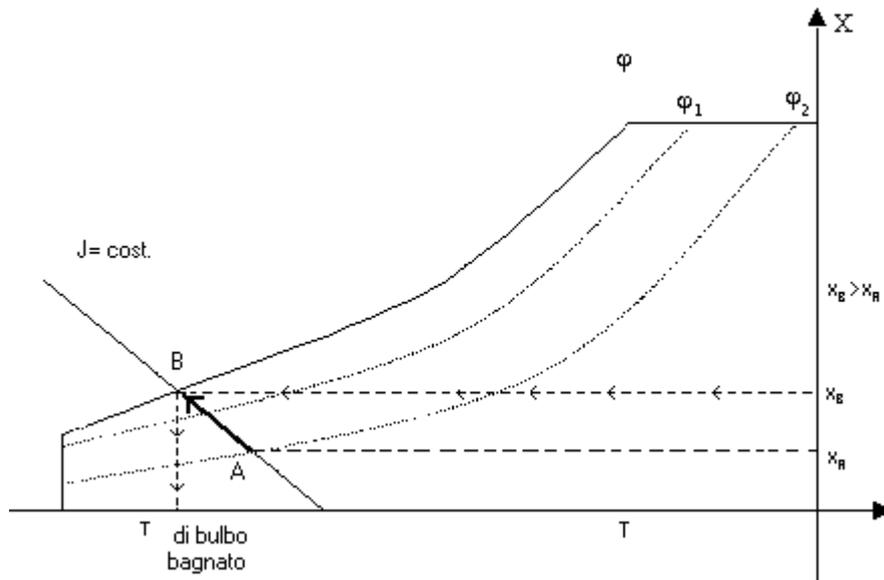


$$T_B < T_A \quad \text{con } \varphi_a < 1.$$

Un corpo bagnato infatti tende a portarsi ad una temperatura più bassa di quella dell'aria affinché l'aria stessa gli ceda calore per fenomeni di scambio termico (questo avviene indipendentemente dalla forma del corpo). Si tratta di una trasformazione a energia costante. E' un processo di saturatione adiabatica \cong isoentalpica, ossia di un fenomeno che consiste nell'evaporazione di

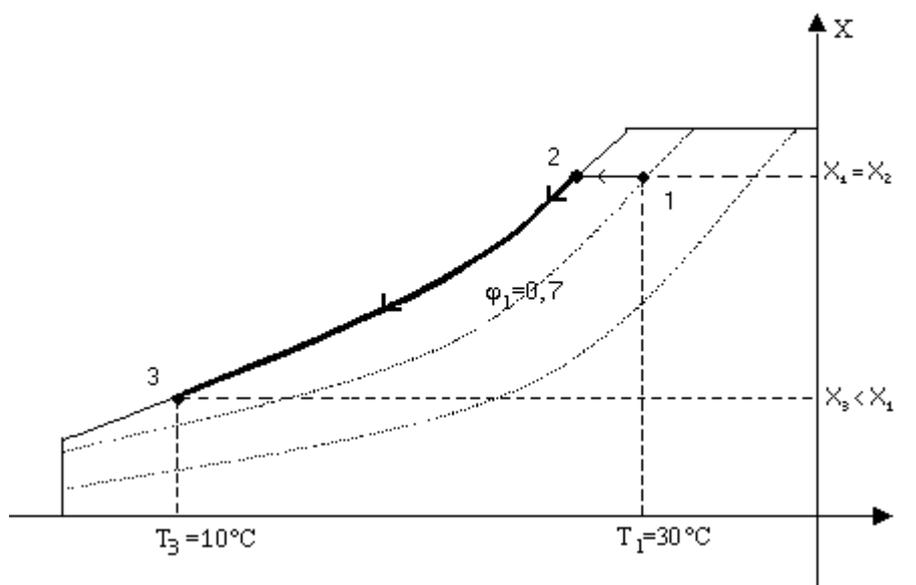
acqua a spese del calore sensibile dell'aria, inteso come scambio di energia termica che è accompagnato da una variazione di temperatura.

Dal grafico la temperatura di bulbo bagnato si ottiene connettendo il corpo A con B sulla curva di saturazione attraverso una linea a J costante.



Esercizio

Data una massa di aria umida $M_{tot} = 10\text{kg}$, con $\phi_1 = 0,70$ e $T_1 = 30^\circ\text{C}$, essa viene raffreddata fino a $T_3 = 10^\circ\text{C}$ a 1BAR. Quanto calore occorre sottrarre per far avvenire tale trasformazione? (Q ?).



$$H_3 - H_1 = Q$$

Ma l'entalpia in questo caso si calcola solo rispetto alla massa d'aria secca:

$Q = M_a \cdot (J_3 - J_1)$ quindi occorre conoscere J_3 e J_1 .

Troviamo i valori del titolo 1 e 2 usando la (14)

$$x_1 = 0,622 \frac{\phi_1 \cdot p_{sat1}}{p_{tot} - \phi_1 \cdot p_{sat}} = 0,622 \frac{0,70 \cdot 0,0042 \cdot 0,004241}{1,013 - 0,7 \cdot 0,04241} = 0,019 \frac{kg_v}{kg_a}$$

$$x_3 = 0,622 \frac{\phi_3 \cdot p_{sat3}}{p_{tot} - \phi_3 \cdot p_{sat3}} = 0,622 \frac{1 \cdot 0,01277}{1,013 - 0,01277} = 0,0079 \frac{kg_v}{kg_a}$$

Ora per calcolare J_3 e J_1 ho bisogno la massa d'aria secca ricavabile dalla $M_{tot} = 10 \text{kg}$.

$$M_{tot} = M_a + M_v = M_a + x \cdot M_a = (1 + x_1)M_a$$

$$M_a = \frac{M_{tot}}{1 + x_1} = \frac{10 \text{kg}}{1 + 0,019} = 9,81 \text{kg} \text{ di aria secca.}$$

Posso anche calcolare M_{cond}

$M_{cond} = M_a \cdot (x_1 - x_3) = 9,81 \cdot (0,019 - 0,0079) = 0,109 \text{kg}$ —> si è prodotto circa un etto di aria .

Ora è possibile calcolare J_3 e J_1 usando la (19)

$$J_1 = t_1 + x_1 \cdot (2500 + 1,9t_1) = 30 + 0,019 \cdot (2500 + 1,9 \cdot 30) = 78,58 \frac{kJ}{kg_a}$$

$$J_3 = t_3 + x_3 \cdot (2500 + 1,9 \cdot t_3) = 10 + 0,0079 \cdot (2500 + 1,9 \cdot 10) = 42,17 \frac{kJ}{kg_a}$$

Ricavo $Q = -9,81 (78,58 - 42,17)$.

E' corretto che Q risulti negativo perché ho utilizzato la formula

$Q = M_a \cdot (J_1 - J_3)$ al posto di

$$Q = M_a \cdot (J_3 - J_1)$$

$$Q = 357,24 \text{ kJ}$$

$$Q = M \cdot c_p \cdot (t_1 - t_3) = 10 \cdot 1 \cdot (30 - 10) = 200 \frac{kJ}{kg}$$