

## Strumenti di misura fluidodinamici

Per introdurre gli strumenti di misura della velocità di fluidi in condotti, ricordiamo intanto alcuni concetti:

-PORTATA IN VOLUME  $\dot{V}$  = variazione di volume nell'unità di tempo

$$\dot{V} = \frac{dV}{dt}$$

Consideriamo quindi il flusso di un fluido che entra in un condotto con una certa sezione: il fluido si trova nella sezione d'entrata 1 nell'istante  $t_0 = 0$  ed arriva nella sezione d'uscita 2 dopo un tempo  $t_1 = 1s$ . Se considerando quindi la distanza 1-2 come  $dx$ , il volume del fluido passato nel condotto in un secondo è

$$\dot{V} = \frac{dx \cdot S}{dt} = W \cdot S \quad \text{dove} \quad W = \text{velocità media del fluido}$$

$S = \text{superficie del condotto}$

-PORTATA IN MASSA  $\dot{M}$

Sappiamo che esiste una grandezza, la DENSITA'  $\rho$ , tale che

$$\rho = \frac{M}{V} = \left[ \frac{kg}{m^3} \right] \quad \Rightarrow \quad \dot{M} = \rho \cdot \dot{V} \quad \text{ma} \quad \dot{V} = W \cdot S$$

$$\Rightarrow \dot{M} = \rho \cdot W \cdot S$$

Quindi se dobbiamo misurare la portata in massa dobbiamo riferirci a tre grandezze: densità, velocità media e superficie.

Tuttavia, in genere, la densità del fluido è data, così come la sezione del condotto entro il quale tale fluido scorre. Quello che rimane da determinare è la velocità del flusso nel condotto.

Per effettuare le misurazioni di velocità esistono diversi metodi e strumenti che possono dare un valore integrale, se misurano l'intera portata del fluido nel condotto (tubo di Venturi), o valori locali, se misurano invece la velocità di una ridotta porzione del fluido rispetto al diametro complessivo del condotto (tubo di Pitot). Tra i vari, le apparecchiature e le tecniche sperimentali di impiego più frequente sono le seguenti:

### 1) metodo della pesata

Tale metodo permette di misurare direttamente la portata in massa, che viene fornita tramite un valore medio.

Il fluido scorre entro un condotto che sbocca all'aperto; tale apertura è regolata da un rubinetto ed è posta sopra una vasca direttamente collegata con una bilancia.

Nell'istante di tempo  $t_0 = 0$  il rubinetto del condotto è chiuso e la vasca sulla bilancia è vuota. Apriamo il rubinetto e dopo un intervallo di tempo  $\Delta t$  misurato con

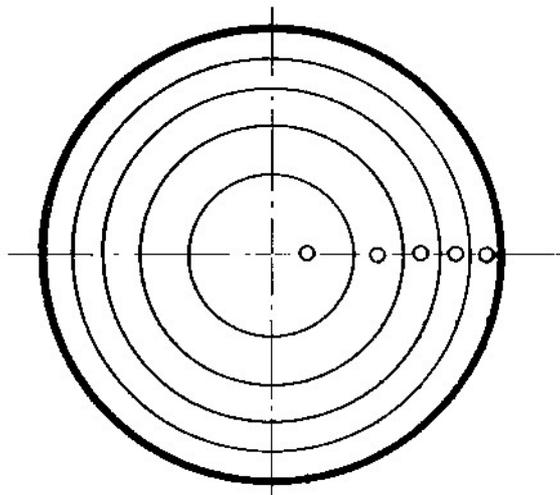
un cronometro chiudiamo il flusso. La massa  $M$  raccolta nella vasca (e determinata tramite la bilancia) e l'intervallo di tempo  $\Delta t$  danno la portata in massa

$$\dot{M} = \frac{\Delta M}{\Delta t} \quad \text{dove } \Delta t = t_1 - t_0$$

Questo metodo, seppur molto veloce e immediato, risulta alquanto impreciso perché legato all'accuratezza della raccolta della massa nella vasca e della lettura della bilancia; ma soprattutto l'errore deriva dall'imprecisione nella sincronizzazione delle operazioni (apertura/chiusura del rubinetto con avviamento/arresto del cronometro).

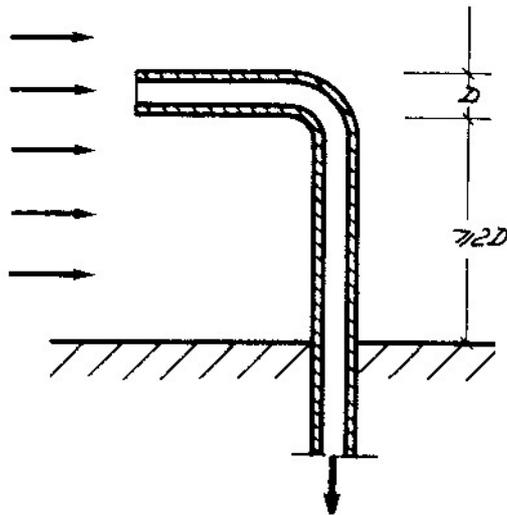
## 2) tubo di Pitot

Il tubo di Pitot è un dispositivo che si usa per misurare la velocità di un flusso in maniera puntuale. Lo strumento, generalmente in acciaio inox, è costituito da un sottile tubo a L che viene inserito nel condotto dove scorre il fluido di cui si vuole calcolare la velocità.



**Figura 1: sezione del tubo di Pitot: i forellini messi in evidenza vengono ripetuti più volte e a più altezze.**

In sezione questo tubo a L è caratterizzato dalla presenza di tanti forellini: il fluido scorre nel condotto e, una volta arrivato in prossimità del tubo (che viene posto contro corrente rispetto al moto del fluido), fluisce all'interno tramite i forellini, a livello dei quali viene misurata la velocità. Poiché poi i forellini sono vari, verrà calcolata una velocità media tra le velocità dei singoli punti.

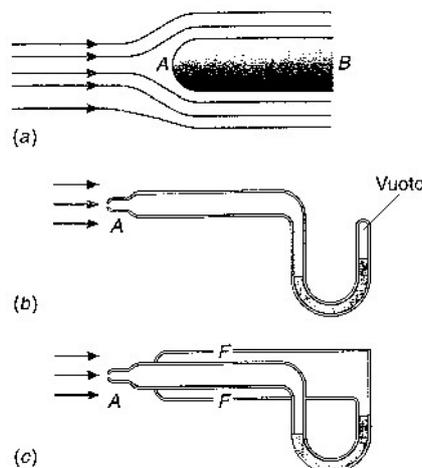


**Figura 2:** schema del tubo di Pitot. Il braccio a L vede un'apertura posta in modo da favorire l'entrata del fluido, mentre l'altra apertura è collegata ad un manometro per il rilevamento della pressione.

La misurazione della velocità col tubo di Pitot si basa sul metodo differenziale: dalla misura dei valori di **PRESSIONE STATICA** e **PRESSIONE DI RISTAGNO** è possibile risalire al valore della velocità del fluido. Il primo dei due valori può essere determinato utilizzando una presa che, collegata ad un manometro, viene inserita nel condotto che vogliamo esaminare molto prima del tubo di Pitot; la pressione di ristagno, invece, viene rilevata da un manometro a sua volta inserito in corrispondenza di un'uscita, quella del tubo di Pitot.

Nel condotto lo strumento deve essere inserito con l'asse parallelo al moto del fluido; inoltre il raggio del tubo deve essere piccolo rispetto alla lunghezza e trascurabile rispetto alla sezione del condotto per evitare grossi errori nelle misurazioni.

Il tubo di Pitot così posizionato è inizialmente vuoto, ma quando inizia a scorrere il fluido, questo prima riempie il tubo, ma poi, non riuscendo più ad entrare, comincia a scorrere attorno al tubo stesso.



**Figura 3:** andamento delle linee di scorrimento del fluido nel momento in cui il tubo di Pitot è pieno e il fluido comincia a scorrere sulla superficie esterna (a); schemi del tubo di Pitot (b) e (c).

Per calcolare poi la velocità, una volta misurati i valori di pressione, si utilizza l'equazione di Bernoulli per la quale

$$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{P_2 - P_1}{\rho} + R = -L \quad (1)$$

dove

$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2}$  è l'energia cinetica;

$g(z_2 - z_1)$  è l'energia potenziale;

$\frac{P_2 - P_1}{\rho}$  è la perdita di energia interna.

Anche nell'utilizzo del tubo di Pitot, infatti, individuiamo 2 sezioni: la sezione 1 in corrispondenza dell'entrata del tubo di Pitot e la sezione 2 dove troviamo la prima delle 2 uscite con manometro.

Tuttavia  $W_1$  e  $W_2$  sono in realtà velocità medie, mentre a noi interessano velocità locali e pertanto, anziché  $W_2^2 - W_1^2$  utilizziamo la forma  $u_2^2 - u_1^2$ . Abbiamo quindi che, mentre  $u_2^2$  ha un valore, a livello della sezione 1 la velocità è nulla perché nel momento in cui il tubo si riempie, il fluido non scorre più all'interno.

Inoltre, non essendoci cambio di energia potenziale, il valore  $(z_2 - z_1)$  è trascurabile e può essere eliminato così come  $R$ , poiché non ci sono perdite di carico, ed  $L$ , poiché non viene compiuto lavoro sul sistema. I valori di pressione, invece, come detto prima, sono due:

$p_1$  = pressione di ristagno

$p_2$  = pressione statica

Fatte queste considerazioni si ha che la (1) diventa:

$$\frac{u_2^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} = 0 \quad \text{cioè} \quad \frac{u_2^2}{2} = \frac{p_1 - p_2}{\rho}$$

$$\Rightarrow u_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_{ristagno} - p_{statica})} \quad (2)$$

dove  $\rho$  è costante perché si considera il fluido incomprimibile.

N.B.  $u_2 = \sqrt{\left[\frac{m^3}{kg} \cdot Pa\right]}$  ma  $Pa = \frac{N}{m^2} = \frac{kg \cdot m}{s^2} = \frac{1}{m^2}$  e quindi, sostituendo

e semplificando si ha  $\sqrt{\left[\frac{m^2}{s^2}\right]} = \left[\frac{m}{s}\right]$

A questo punto, poi, per calcolare la portata in massa  $\dot{M}$  del condotto in esame, sarà sufficiente lasciar scorrere il fluido nei forellini presenti in sezione nel tubo di Pitot (e di cui detto prima): ogni punto darà una sua velocità con cui, tramite il

calcolo di  $u_2$ , posso ricavare la velocità media  $W_2$ . Adesso basta applicare la formula per la quale

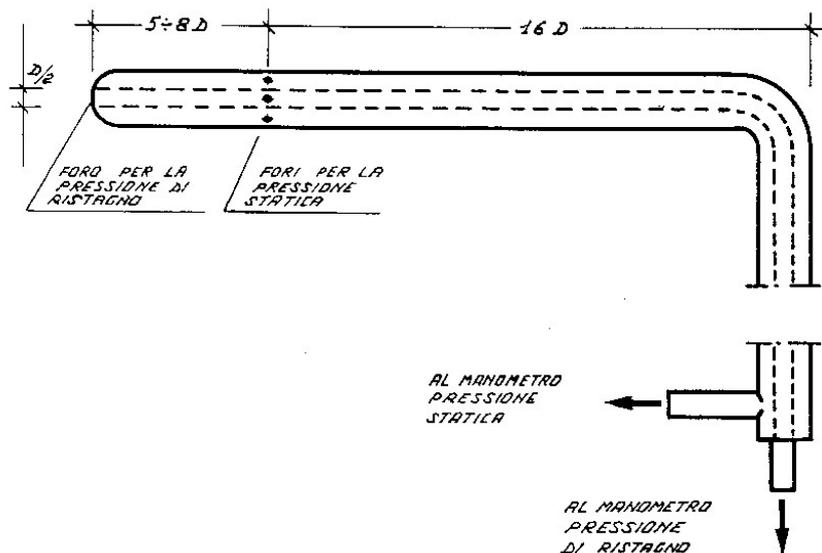
$$\dot{M} = \rho \cdot W_2 \cdot S \quad (3)$$

dove  $\rho$  ed  $S$  sono dati e bisogna calcolare solo  $W_2$  per trovare  $\dot{M}$ .

Col tubo di Pitot è possibile effettuare misurazioni di velocità molto elevate e per questo motivo trova largo impiego nel settore automobilistico. Per velocità ridotte, invece, si ricorre a strumenti detti anemometri di cui si parlerà al punto 5).

Un'altra versione del tubo di Pitot è il **tubo di Prandtl**, costituito da due tubi concentrici uniti tra loro frontalmente. Dei due tubi, quello centrale è aperto frontalmente per misurare la pressione di ristagno, mentre il tubo esterno è forato sulla superficie laterale per consentire la misura della pressione statica.

Per l'utilizzo dello strumento sono necessari alcuni accorgimenti per evitare di commettere grossi errori: ad esempio il tratto orizzontale del tubo deve essere sufficientemente lungo, i fori laterali non devono essere infinitamente piccoli ed in particolare devono distare dall'estremità anteriore almeno 5-8 volte il diametro esterno  $D$  del tubo. L'entità dell'errore nella misura della velocità è strettamente collegata alla precisione nell'esecuzione delle misure di pressione.

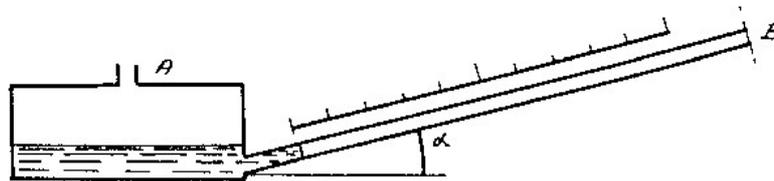


**Figura 4:** schema del tubo di Prandtl. Il funzionamento è analogo a quello del tubo di Pitot, ma qui il tubo è costituito in realtà da due tubi concentrici di diametro diverso che consentono la misura dei due valori di pressione, quella statica e quella di ristagno, all'interno del tubo stesso.

Comunemente la pressione viene misurata con un manometro, ossia uno strumento che, tramite una membrana che si alza e si abbassa generando il movimento di una lancetta, permette di valutare la pressione in un tubo. Nel nostro caso (tubo di Prandtl) potremmo ricorrere ad un manometro differenziale per

misurare le due pressioni, ossia uno strumento costituito da un corpo a U, che misuri contemporaneamente i due valori, di pressione statica e di pressione di ristagno. Tuttavia i manometri generano problemi ed errori nelle misurazioni se le variazioni di pressione sono minime. In questo caso si possono ottenere precisioni nettamente superiori ricorrendo ad una vasca con un liquido e collegata ad un capillare che, inclinato di un angolo  $\alpha$ , vede una sezione è molto piccola rispetto alle dimensioni della vasca stessa.

Sulla vasca A agirà una certa pressione  $p_A$ , mentre nel capillare B si avrà un valore di pressione  $p_B$ , tale che  $p_A = p_B$  se i livelli del liquido in A e B sono uguali e questo per il principio dei vasi comunicanti. Ma se  $p_A > p_B$ , anche per un valore minimo, a causa della ridotta sezione del capillare rispetto alle dimensioni della vasca, si ha che impercettibili variazioni del livello del liquido nella vasca, corrispondono invece ad elevate variazioni di altezza nel tubo.



**Figura 5: schema di un micromanometro. Dalla vasca A il liquido sale per capillarità nel tubo B, che può essere inclinato di un angolo  $\alpha$  diverso a seconda delle misurazioni che si devono effettuare.**

Dette quindi:

$h$  = variazione del livello nella vasca

$l$  = distanza tra il livello alla sezione 1 del capillare e la sezione 2

$H$  = differenza di altezza tra il livello alla sezione 1 e quello alla sezione 2

$\alpha$  = l'angolo tra il piano d'appoggio e il capillare

$z_1$  e  $z_2$  = livelli del liquido rispetto al livello 0 delle sezioni 1 e 2

si ha che la (1) applicata allo strumento è scritta come

$$g(z_2 - z_1) + \frac{P_B - P_A}{\rho} = 0$$

e diventa

$$g \cdot h + \frac{P_B - P_A}{\rho} = 0 \quad \Rightarrow \quad g \cdot h = \frac{P_A - P_B}{\rho} \quad (4)$$

ma poiché  $\frac{l}{h} = \frac{1}{\sin \alpha}$  cioè  $h = l \cdot \sin \alpha$

la (4) risulta essere scritta come

$$p_A - p_B = \rho \cdot g \cdot h = \rho \cdot g \cdot l \cdot \sin\alpha \quad (5)$$

dove  $l$  = lunghezza

$\rho$  = densità del fluido

$g$  = accelerazione di gravità

Questo strumento, detto MICROMANOMETRO DIFFERENZIALE, risulta molto utile in tubi come quello di Pitot-Prandtl perché inclinando più o meno di un angolo  $\alpha$  il tubo del manometro si possono misurare pressioni che normalmente non si è in grado di misurare.

### Esercizio applicativo

Si ha un condotto in cui scorre acqua. A livello della sezione 2 il condotto è provvisto di una prima uscita collegata ad un manometro, mentre la sezione 1 si riferisce all'imbocco del tubo di Pitot, inserito dentro al condotto e anch'esso collegato ad un manometro. Sappiamo che

$$\rho_{H_2O} = 998 \text{ kg/m}^3$$

$$p_A = p_{ristagno} = 2.038 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$p_B = p_{statica} = 2 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Ci chiediamo: qual è la velocità  $u_2$  dell'acqua nel condotto?

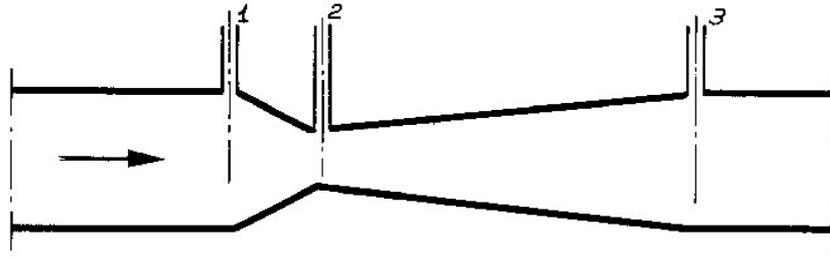
$$u_2^2 = \frac{2}{\rho} \Delta p = \frac{2}{\rho} (p_{ristagno} - p_{statica})$$

$$\Rightarrow u_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot (p_{rist} - p_{stat})} = \sqrt{\frac{2}{998} (2.038 - 2) 10^6} = 2.76 \text{ m/s}$$

### **3)tubo di Venturi**

Lo strumento, che serve a misurare una velocità media, è costituito da un tubo a sezione variabile. Come è possibile vedere dalla figura 6 il tubo vede una sezione iniziale  $S_1$  in corrispondenza di una prima uscita collegata ad un manometro; poi, si ha un brusco restringimento di sezione  $S_2$  (anche questa collegata ad un manometro); infine il tubo si riallarga fino ad una sezione  $S_3$  tale che, mentre  $S_1 > S_2$ ,  $S_3 = S_1$ . Il fluido scorre nel condotto in direzione da 1 a 3. La pressione

zione 1 misurata dal manometro avrà valore  $p_1$ . Avvicinandosi alla gola del tubo si ha che la velocità del fluido aumenta fino ad assumere un valore massimo nella sezione 2, dove il manometro misura un valore di pressione  $p_2$ . Infine, la pressione  $p_3$  nella sezione 3 assume un valore prossimo al valore  $p_1$ .



**Figura 6: schema del tubo di Venturi. Le sezioni 1, 2, 3 corrispondono ad altrettante uscite collegate a manometri per valutare le diverse pressioni.**

Supposto quindi il condotto orizzontale ed il fluido incomprimibile, dalla differenza di pressione e tramite l'equazione di Bernoulli, possiamo calcolare la velocità del fluido e la portata in massa.

Quindi dalla (1) si ricava che la (6)

$$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2} + \frac{p_2 - p_1}{\rho} = 0 \quad (6)$$

in cui si considera  $\rho$  costante perché il fluido è incomprimibile ed  $R = 0$ . Questo perché è vero che c'è un brusco restringimento e quindi una perdita di carico concentrato, ma considerando il centro della sezione 1 e il centro della sezione 2 del condotto, rispetto ad un sistema di riferimento questi coincidono; inoltre è possibile eliminare  $R$  perché, essendoci un riallargamento del condotto, il flusso vede una ripresa che in genere è circa del 90%.

E' necessario poi considerare che, nonostante la conformazione del tubo di Venturi, la quantità di fluido che passa nella sezione 1 è la stessa che passa nella sezione 2 cioè  $\dot{M}_1 = \dot{M}_2$ : la differenza tra le due sezioni sta nel fatto che nella gola il fluido assumerà una velocità molto maggiore perché se così non fosse ci sarebbe un accumulo di fluido, che però non può avvenire trattandosi di fluido incomprimibile. Quindi, proprio per il fatto che  $\dot{M}_1 = \dot{M}_2$  possiamo scrivere la (3) come

$$\begin{aligned} \dot{M}_1 &= \rho \cdot W_1 \cdot S_1 \\ \dot{M}_2 &= \rho \cdot W_2 \cdot S_2 \end{aligned}$$

da cui deriva

$$W_2 = \frac{W_1 \cdot S_1}{S_2} \quad (7)$$

Sostituendo adesso la (7) nella (6) si ha

$$\left[ \left( \frac{W_1 \cdot S_1}{S_2} \right)^2 - W_1^2 \right] = \frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2)$$

da cui, raccogliendo  $W_1^2$  al primo membro

$$W_1^2 \left( \frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right) = \frac{2}{\rho} \cdot (p_1 - p_2) \quad \Rightarrow \quad W_1 = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \frac{(p_1 - p_2)}{\left( \frac{S_1^2}{S_2^2} - 1 \right)}} \quad (8)$$

con  $W_1$  = velocità media del fluido nella sezione 1.

In particolare, posti  $D_1$  e  $D_2$  i diametri del condotto nelle rispettive sezioni, la precedente formula (8) diventa

$$W_1 = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \frac{(p_1 - p_2)}{\left( \frac{D_1^2}{D_2^2} - 1 \right)}} \quad \text{poiché} \quad S = \pi \cdot \frac{D^2}{4}$$

In generale il tubo di Venturi viene inserito temporaneamente tramite bulloni all'interno di una tubatura in modo da poter poi essere facilmente eliminato e sostituito col tratto di tubatura prima tolto. Si può inoltre dire che, se l'elevata precisione nella misurazione fa del tubo di Venturi un ottimo strumento, l'ingombro e l'ingente costo ne costituiscono le caratteristiche negative.

#### Esercizio applicativo

Consideriamo un condotto tale che  $S_1 = 2.4 \cdot 10^{-3} m$  e  $S_2 = 1.2 \cdot 10^{-3} m$ . Nel condotto scorre acqua, la cui densità è  $\rho_{H_2O} = 998 kg/m^3$ . I manometri in corrispondenza delle sezioni 1 e 2 misurano  $p_1 = 183493 Pa$  e  $p_2 = 180000 Pa = 1.8 BAR$ .

Calcolare la velocità  $W_1$  e la portata in massa  $\dot{M}_1$ .

$$W_1 = \sqrt{\frac{2}{998} \cdot \frac{(183493 - 180000)}{\left[ \left( \frac{2.4 \cdot 10^{-3}}{1.2 \cdot 10^{-3}} \right) - 1 \right]}} = \sqrt{2.33} = 1.53 m/s$$

$$\dot{M}_1 = \rho \cdot W_1 \cdot S_1 = 998 \cdot 1.53 \cdot 2.4 \cdot 10^{-3} = 3.66 kg/s$$

#### **4) diaframma e boccaglio**

Il diaframma e il boccaglio sono sostanzialmente simili: il diaframma è costituito da un tubo in cui è inserito un disco forato, detto per l'appunto *diaframma*; prima e dopo tale disco vi sono due uscite, collegate a un manometro differenziale, per misurare i due valori di pressione, prima e dopo il restringimento (figura (7a)). Il boccaglio ha la stessa identica struttura del diaframma ma vede un disco convergente a forma di campana, detto *boccaglio*, al posto del disco piatto forato (figura (7b)).

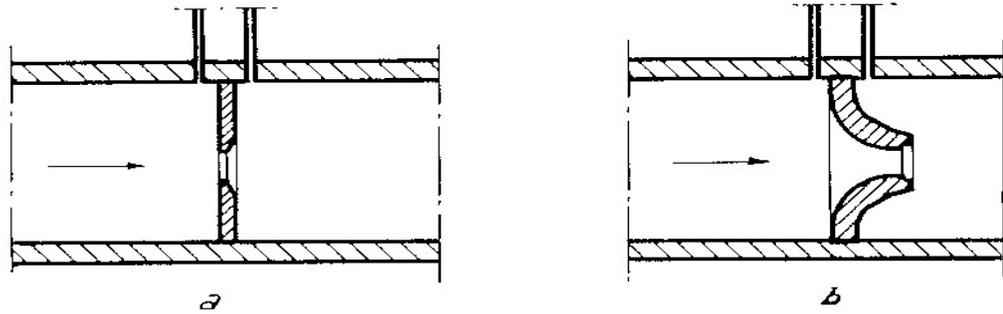


Figura 7: schema di diaframma (a) e bocaglio (b).

Si tratta di strumenti che, a causa dei loro bruschi restringimenti di sezione, provocano una perdita di carico concentrata e quindi una diminuzione di pressione grazie alla quale è possibile valutare la velocità del fluido nel condotto.

Infatti diciamo che la perdita di carico  $R$  è

$$R = \frac{\Delta p}{\rho} = \beta \cdot \frac{W^2}{2}$$

dove  $\beta$  = coefficiente tipico della perdita di carico.

Dalla variazione di pressione, (misurata con un manometro differenziale applicato alle due uscite dal condotto poste prima e dopo il brusco restringimento) è quindi possibile risalire alla velocità. Infatti

$$W^2 = \frac{2}{\rho} \cdot \frac{\Delta p}{\beta} \quad \Rightarrow \quad W = \sqrt{\frac{2}{\rho} \cdot \frac{\Delta p}{\beta}} \quad \text{dove } \Delta p = p_1 - p_2$$

con  $p_1$  e  $p_2$  sono le pressioni che si misurano prima e dopo il restringimento e sono tali che  $p_1 > p_2$ .

In generale questo tipo di misuratori hanno un costo non elevato e sono poco ingombranti, ma hanno la negativa caratteristica di introdurre forti perdite di carico nel circuito (anche dell'ordine di  $10^4 \text{ N/m}^2$ ).

Per questo motivo, per realizzare misurazioni con minimi errori è preferibile a diaframmi e bocagli l'uso del tubo di Venturi che, se progettato e realizzato correttamente consente un'elevata precisione nella misura perché, nonostante il restringimento, nel tratto divergente si ottiene un recupero fino al 90% della depressione letta.

In pratica, a parità di portata, il tubo di Venturi dissipa una porzione di carico che vale circa un decimo di quella dissipata da bocagli e diaframmi.

## 5) anemometri

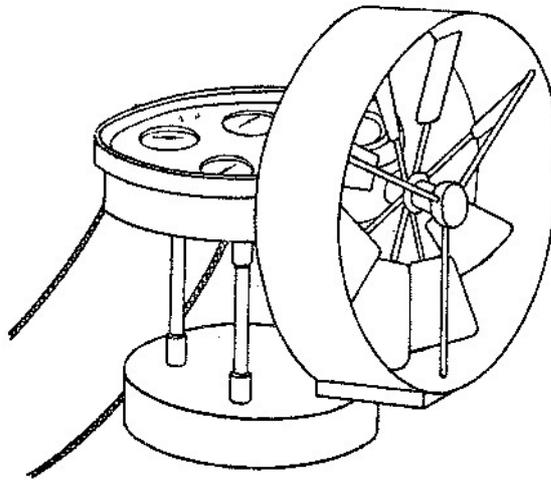
Sono strumenti utilizzati in genere per la misura di valori non troppo elevati della velocità. In base al loro funzionamento si dividono in due categorie:

- anemometri a filo, delicati e costosi, vengono impiegati per lo più per la ricerca;
- anemometri a ventola (a) e anemometri a semisfere (b): sono strumenti di impiego più tecnico, robusti e di costo relativamente modesto.

I secondi sono costituiti da un elemento che viene posto in rotazione dal fluido in moto e da un contagiri: questo elemento rotante può essere costituito da un elica a più pale (caso (a)) o da tre o quattro bracci all'estremità dei quali sono poste delle semisfere cave (caso(b)).

Questi strumenti sono caratterizzati da una velocità minima al di sotto della quale l'elemento non ruota.

Per le loro varie caratteristiche gli anemometri a elemento rotante sono validi solo per determinare grossolanamente il valore medio della velocità locale e vengono in genere utilizzati all'aperto, per determinare la velocità del vento o all'interno di locali ventilati per evidenziare eventuali correnti d'aria o fughe di serramenti.



**Figura 8: disegno di un anemometro a ventola con contagiri meccanico.**