

## MOTO ESTERNO

Il moto del fluido può essere classificato in molti modi. Vi sono essenzialmente due tipi di configurazione fluida, ovvero di collocamento del moto nello spazio: moto interno e moto esterno. Il moto interno riguarda le correnti in tubi, canali e simili: il fluido si muove entro limiti ben precisi. Il moto esterno è quello di un fluido attorno a un oggetto, come in aerodinamica.

Per studiare il moto esterno consideriamo cosa accade quando si immerge un corpo cilindrico entro un fluido in moto: se si rendono visibili le traiettorie delle particelle è possibile vedere come le stesse, raggiunto l'ostacolo, si aprono e lo aggirano.

Il corpo e il fluido si scambiano due sforzi: uno sforzo tangenziale  $\tau$  ed uno normale  $n$ .

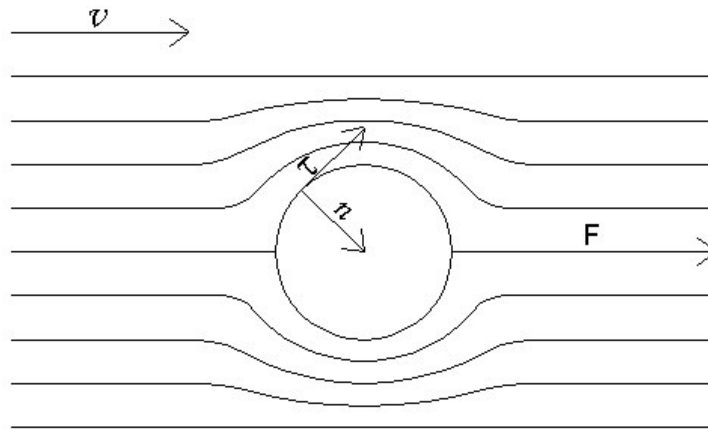


Fig. 1

Il fluido ha sempre una velocità locale nulla per quanto riguarda lo straterello monomolecolare immediatamente a contatto con il corpo, poi cresce, via via che ci si sposta sulla normale al piano suddetto fino a raggiungere un valore che compete al corpo stesso. Esiste pertanto in seno al fluido una forza  $\tau$  che si oppone allo scorrimento del fluido, forza che è proporzionale al gradiente della velocità. Se si indica con  $\frac{\partial v}{\partial n}$  il gradiente della velocità in direzione normale, vale la relazione:

$$\tau = -\mu \frac{\partial v}{\partial n} \quad (1)$$

il coefficiente  $\mu$  prende il nome di coefficiente di viscosità del fluido. La somma degli sforzi  $\tau$  e  $n$  è detta sforzo di trascinamento ed ha il proprio punto di applicazione sulla parete del corpo. Questa forza tende a spostare il corpo nella direzione del fluido. La forza di trascinamento può essere utile per valutare la spinta del vento sulle strutture.

Il campo di velocità attorno a tale oggetto si può dividere in tre regioni. Lontano dal corpo interessato il moto è essenzialmente ideale: l'attrito è trascurabile. Vicino al corpo, il fluido sviluppa uno straterello che risente di un'azione di taglio, e in tale straterello predomina l'azione della viscosità. Si tratta dello **strato limite**, che può essere laminare o turbolento. Dietro al corpo si forma una **scia** (terza tra le regioni che stiamo esaminando), ed è di solito una regione di alta turbolenza e bassa pressione. Di seguito al corpo la zona indisturbata esterna alla scia e la scia stessa sono ben separate da una superficie di discontinuità. La scia è generata dallo strato limite, indotto a sua volta dalla viscosità del fluido. Se la viscosità fosse nulla, in modo tale che nel fluido non vi fosse assolutamente attrito, non vi sarebbe separazione né scia. E in questo caso il campo di velocità sarebbe ideale, simmetrico sia nella parte anteriore che in quella posteriore del cilindro, in corrispondenza alle quali la pressione conserverebbe lo stesso valore; quindi un oggetto immerso in un fluido in moto non presenterebbe resistenza. Ma questa mancanza di resistenza non è d'accordo con l'esperienza, e ci rendiamo conto che tutti i fluidi debbono presentare un certo grado di attrito interno.

Nei tempi in cui si cominciava a porre la fluidodinamica in forma di scienza, si pensava che la viscosità fosse trascurabile: matematicamente il moto risultava ideale in ogni punto; la teoria non poteva prevedere alcuna resistenza. Conclusione contraria all'esperienza, come si è detto, e indicata quindi col nome di paradosso di d'Alambert. Solo all'inizio di questo secolo, quando Prandtl (studioso tedesco di meccanica dei fluidi) introdusse il concetto di strato limite, apparve evidente che non esisteva nessun paradosso. Pertanto noi tratteremo sempre fluidi reali.

Prandtl diede il via ad un notevole progresso nella meccanica dei fluidi, quando nel 1904, suggerì che la corrente fluida che si muove attorno ad un oggetto si divide in due regioni: una interna ed una esterna. Noi ci occuperemo dello studio della prima, lo strato limite.

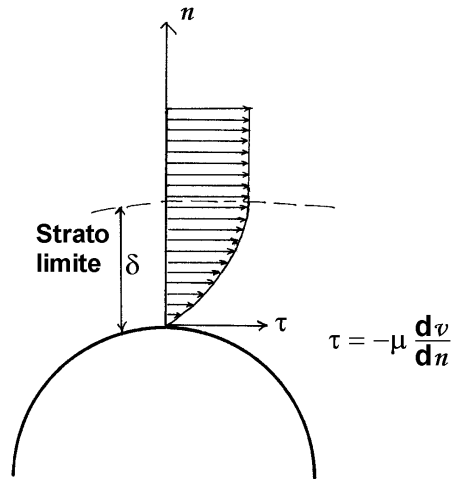


Fig. 2

Lo spessore  $\delta$  dello strato limite va aumentando lungo la superficie su cui si muove il fluido, a partire dal bordo d'attacco della medesima; se questo appartiene ad una lastra piana,  $\delta$  è zero, ma all'inizio di un profilo smussato, per esempio un cilindro, esiste uno spessore finito anche in corrispondenza a un punto di ristagno.

Esiste sempre sulla superficie che delimita il corpo almeno un punto tale per cui il piano in esso tangente alla superficie stessa è normale alla direzione del moto: le particelle che raggiungono tale punto, giunte a contatto con il corpo si fermano, trasformando integralmente la loro energia cinetica in pressione.

Il punto in cui si verifica l'urto prende il nome di **punto di ristagno** e la sovrappressione che qui si verifica è detta **pressione di ristagno**.

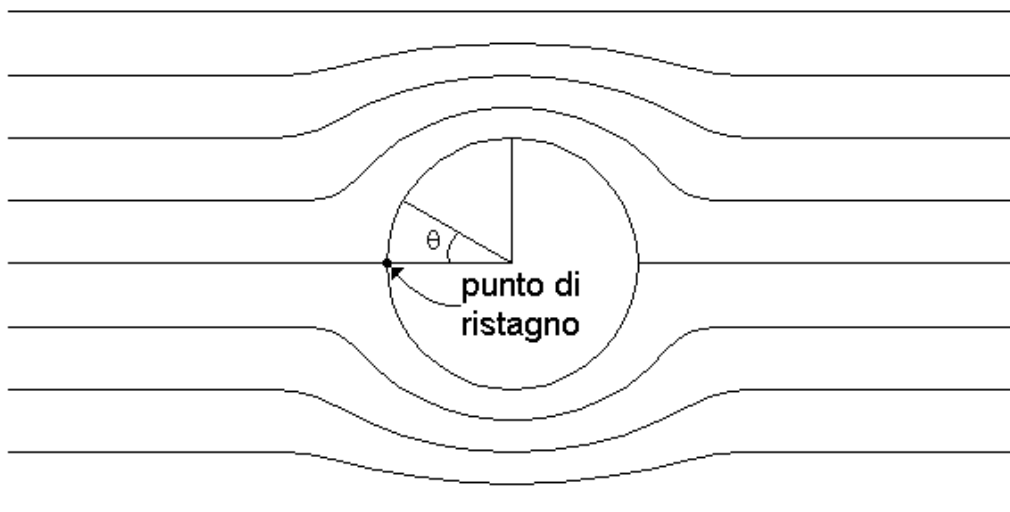
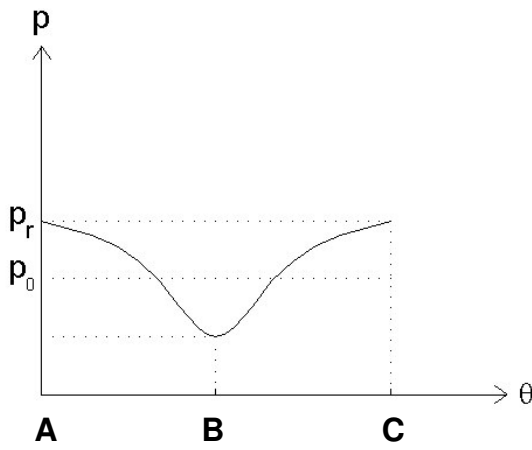
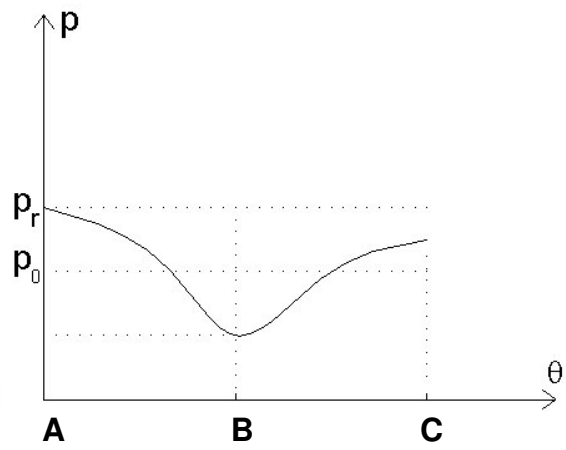


Fig.3



(fluido ideale)

Fig. 4

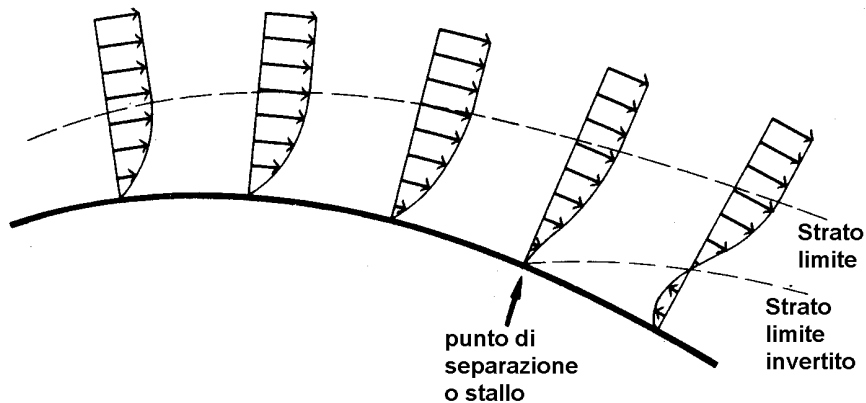


(fluido reale)

Fig. 5

Sul punto di ristagno ha inizio la formazione dello strato limite. Al di fuori dello strato limite si verifica un aumento della pressione a monte dell'ostacolo, poi le particelle accelerano per aggirare l'ostacolo stesso e quindi la pressione cala fino ad un minimo che si verifica in corrispondenza della sezione trasversale massima. Procedendo oltre, le particelle rallentano e di conseguenza la pressione torna a crescere; in figura 4 è riportato l'andamento della pressione statica nel caso di fluido perfetto: nella realtà (figura 5), il valore della pressione in C risulterà inferiore a quella di ristagno per effetto della viscosità e pertanto il fluido accuserà una perdita di pressione per il superamento dell'ostacolo o, viceversa, in un fluido in quiete un corpo potrà avanzare solo se sarà in grado di vincere un gradiente di pressione contrario. Nel tratto B-C le particelle del fluido si muovono nella direzione crescente: se l'aumento di pressione è troppo forte, può accadere che le particelle più lente che si trovano entro lo strato limite non abbiano energia cinetica sufficiente per avanzare per cui si fermano o addirittura invertono la propria direzione di marcia.

Il fenomeno dell'arresto delle particelle più lente ha naturalmente inizio nello strato immediatamente adiacente a quello aderente alla parete e prende il nome di **stallo**: il punto della parete in cui il gradiente della velocità in direzione normale assume il valore zero è detto **punto di separazione**.



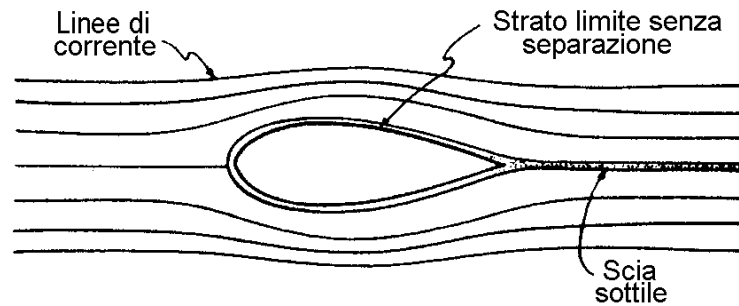
Sviluppo dello strato limite dinamico lungo una superficie curva

Fig.6

In figura 6 è rappresentata in forma schematica la distribuzione della velocità nello strato limite in vicinanza di un punto di separazione. La forma del profilo di velocità e la velocità di aumento dello spessore  $\delta$  dello strato limite dipendono dal gradiente di pressione  $\frac{\partial p}{\partial x}$ . Se per esempio la pressione aumenta nella direzione del moto, lo spessore aumenta anch'esso rapidamente, e i profili di velocità appaiono come in figura; se questo gradiente avverso è abbastanza grande si verificherà separazione, seguita da una regione a corrente invertita.

Al fenomeno dello stallo è dovuta la formazione delle **scie vorticose**: esso assume particolare importanza nello studio dei profili aerodinamici e dell'angolo d'incidenza dei profili alari. In entrambi i casi, il fenomeno è dannoso ed è quindi necessario operare in maniera tale da evitare l'insorgere dello stallo.

Se un corpo è affusolato, presenta cioè il bordo d'uscita gradualmente raccordato, non vi sarà separazione e lo strato limite racchiuderà completamente il corpo. La forma affusolata riduce gradualmente la resistenza, ed è questa la forma che viene data alla maggior parte dei corpi studiati dall'aerodinamica. In questi casi il moto è completamente ideale attorno al corpo, con l'eccezione dello strato limite in una scia sottile.



Andamento delle linee di corrente attorno ad un oggetto. La curvatura graduale del bordo d'uscita previene la separazione dello strato limite.

Fig. 7

## Resistenza e portanza

Ogni volta che un oggetto viene posto in un fluido in moto, o si muove attraverso un fluido in quiete, nasce una forza agente nella direzione del moto del fluido rispetto all'oggetto stesso (resistenza  $F_x$ ), e può nascerne una normale alla stessa direzione ( $F_y$ ).

Tali forze si possono esprimere così:

$$F_x = C_x \left( \rho \frac{u^2_\infty}{2} \right) A \quad (2)$$

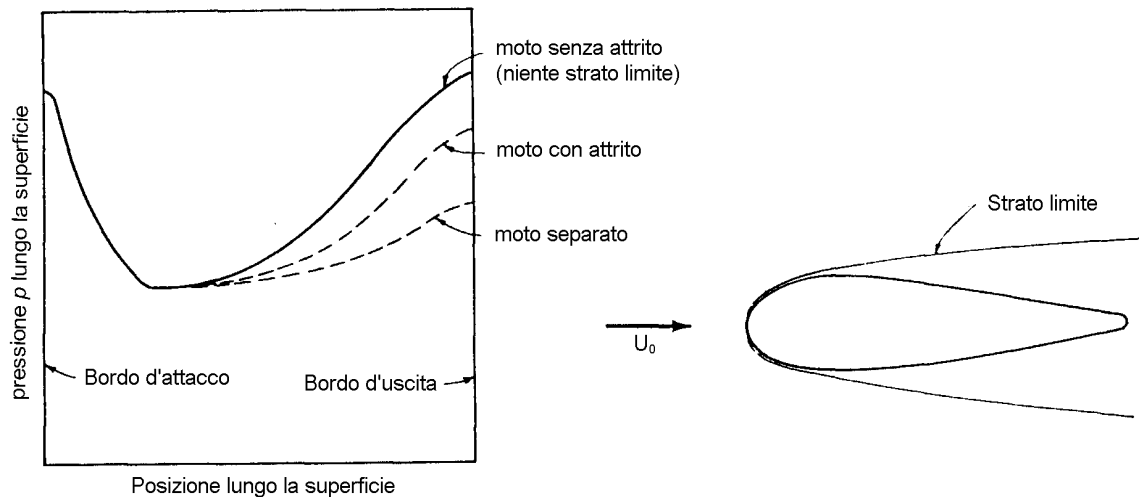
$$F_y = C_y \left( \rho \frac{u^2_\infty}{2} \right) A \quad (3)$$

dove  $A$  è una superficie caratteristica, di solito la proiezione della medesima, normale alla direzione del moto.

Le sopra citate equazioni definiscono il coefficiente di resistenza  $C_x$  e quello di portanza  $C_y$ . Il coefficiente  $C_x$  può essere definito come **coefficiente di penetrazione aerodinamica**. Tranne pochi casi,  $C_x$  e  $C_y$  devono essere cercati sperimentalmente. Generalmente dipendono dal numero di Reynolds. Le forze di resistenza e di portanza sono causata dalla somma delle forze tangenziali e normali che operano sulla superficie del corpo.

La resistenza dovuta alle reazioni tangenziali si chiama **attrito superficiale** o **resistenza viscosa**; è il tipo di resistenza più importante, in cui l'area della superficie parallela alla direzione del moto è grande rispetto all'area proiettata, normale alla direzione del moto.

La resistenza dovuta a sforzi normali si chiama **resistenza di forma** o **di pressione**, più importante e spesso predominante per i profili tondeggianti.

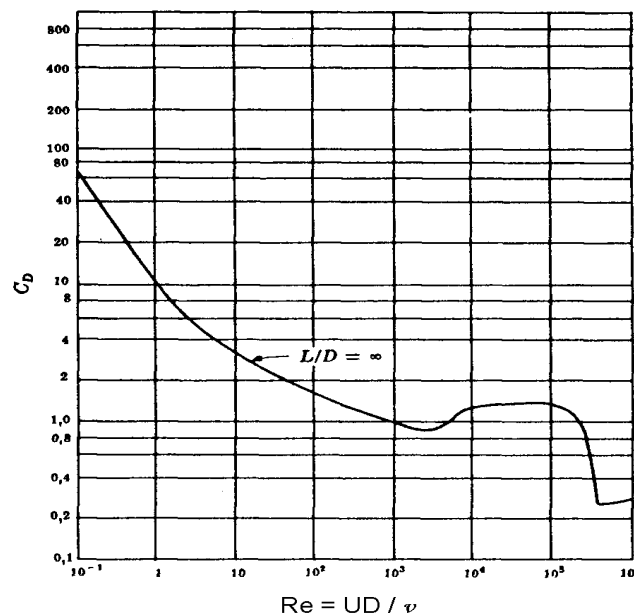


Effetto dello strato limite sulla distribuzione di pressioni, lungo la superficie di un oggetto in moto.

Fig. 9

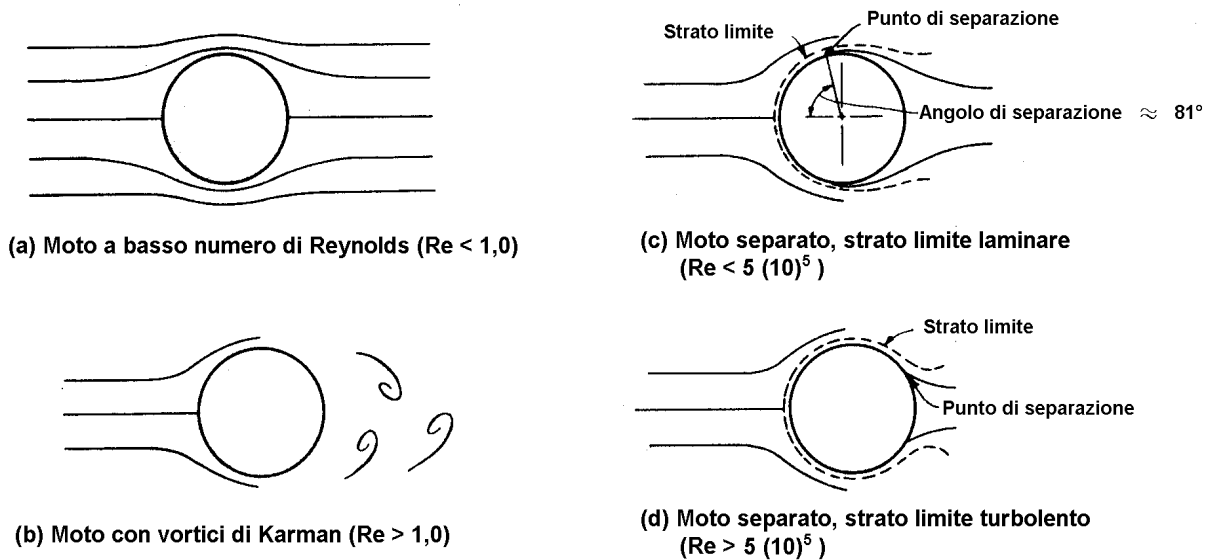
Se un fluido che lambisce gli oggetti fosse senza attrito, e non vi fosse quindi strato limite, la resistenza sarebbe nulla. Il fluido però non è senza attrito, e lo strato limite esiste, e cresce più rapidamente con un gradiente di pressione avversa, e se quest'ultimo è abbastanza grande si può verificare la separazione. Il grande strato limite, o onda, sulla parte posteriore del corpo risulta in un pressione minore di quella che si otterrebbe con moto senza attrito. Questa pressione ridotta risulta in una forza in direzione del moto: vedi figura 9. Vediamo qui che per ridurre la resistenza di pressione è necessario ridurre il gradiente di pressione avversa sulla parte posteriore del corpo e, se possibile, prevenire la separazione. Vuol dire che sulla parte posteriore ora vista dovremmo avere una curvatura progressiva; però, se il corpo è troppo lungo, perdiamo il guadagno ottenuto riducendo la resistenza di pressione, per l'aumento della resistenza di attrito superficiale. Progettare un corpo in vista della minima resistenza vuol dunque dire cercare un compromesso tra resistenza d'attrito superficiale e resistenza di pressione.

I coefficienti di penetrazione aerodinamica per corpi di forma assegnata dipendono principalmente dal numero di Reynolds. Per dimostrare alcuni concetti già esposti sull'origine della resistenza consideriamo il moto attorno ad un cilindro circolare, per il quale un coefficiente di resistenza è diagrammato in figura 10.



Coefficienti di resistenza per cilindri circolari

Fig. 10



Moto attorno ad un cilindro circolare.

Fig. 11

Il tipo di corrente viene regolato dal numero di Reynolds. Per un numero di Reynolds molto basso la corrente non si separa e l'attrito superficiale predomina. Ai bassi numeri di Reynolds la resistenza è proporzionale alla velocità e il coefficiente di penetrazione aerodinamica diminuisce all'aumentare di  $Re$ . Ma all'aumentare di quest'ultimo si avrà tendenza al distacco, il quale si verificherà periodicamente, con la formazione di vortici di Karman.

Un ulteriore aumento di  $Re$  ci darà una corrente completamente distaccata. Lo strato limite laminare della parte anteriore del cilindro è sottile, a causa del gradiente di pressione favorevole. Ne risulta che con l'analisi del moto senza attrito si può determinare accuratamente la distribuzione di pressione. Sulla parte posteriore del cilindro esiste però un gradiente di pressione sfavorevole, e ne consegue una rapida crescita dello spessore di strato limite, e il distacco della vena. La resistenza di pressione è molto maggiore dell'attrito superficiale, e in questo caso il coefficiente di penetrazione aerodinamica risulta relativamente costante.

Lo strato limite diventa turbolento ad un certo numero di Reynolds: ne risulta un'improvvisa diminuzione del coefficiente d'attrito perché il punto di distacco viene spostato, e ne consegue una minore resistenza di pressione, e quindi una minore resistenza totale.

Equazione che indica il numero di Reynolds:

$$Re = \frac{u_{\infty} \cdot D}{\nu} \quad (4)$$

## Il caso della superficie alare

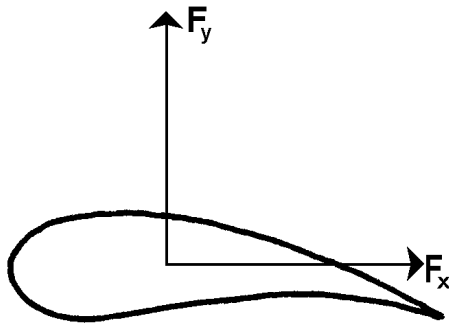


Fig. 12

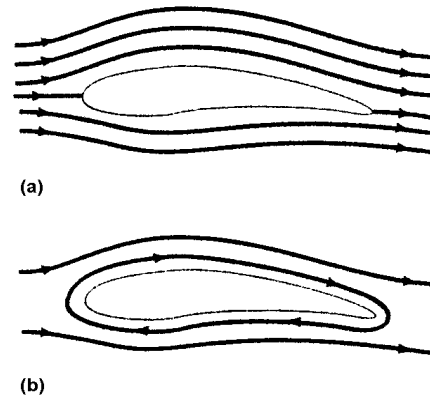


Fig. 13

L'effetto Bernoulli, che implica la conservazione di energia, è responsabile della **forza di sostentamento**, una forza risultante verso l'alto sulle ali di un aereo. Consideriamo la sezione di un'ala mostrata in figura 12. Visualizziamo la situazione dal punto di vista di un osservatore consolidale con l'ala, in modo da pensare l'aria in moto verso l'ala, che è ferma, piuttosto che l'ala in moto verso l'aria ferma. L'aria si avvicina all'ala con una certa velocità  $v$  lungo un insieme di linee di corrente. Alcune delle linee di corrente passano al di sotto dell'ala, altre al di sopra. L'ala è progettata in modo che la velocità dell'aria al di sopra di essa sia maggiore di quella al di sotto. Questo avviene se c'è circolazione in direzione oraria. La circolazione avviene solo attorno all'ala. Altrove il flusso è irrotazionale, ciò significa che la costante che compare nell'equazione di Bernoulli :

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{costante} \quad (5)$$

è la stessa per tutte le linee di corrente che scorrono vicino all'ala, al di sotto o al di sopra.

Dall'equazione vediamo che la pressione sul punto più alto dell'ala,  $p_t$ , deve essere minore della pressione al di sotto,  $p_b$ , e quindi c'è una forza risultante, o forza di sostentamento sull'ala. La pressione netta verso l'alto,  $p_{netta} = p_b - p_t$ , viene determinata dall'equazione:

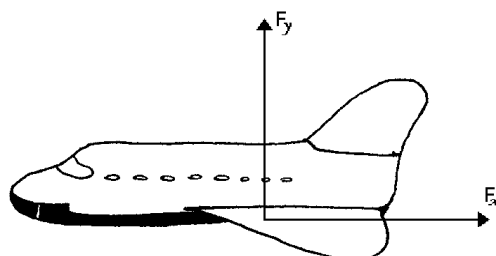
$$p_b + \frac{1}{2} \rho v_b^2 = p_t + \frac{1}{2} \rho v_t^2 \quad (6)$$

dove  $\rho$  è la densità dell'aria. Troviamo quindi:

$$p_{netta} = p_b - p_t = \frac{1}{2} \rho (v_t^2 - v_b^2) = \rho \frac{(v_t + v_b)}{2} (v_t - v_b) \cong \rho v (v_t - v_b) \quad (7)$$

dove  $v$  è la media tra la velocità in basso e quella in alto. Poiché la differenza tra queste due velocità è piccola, queste sono quasi uguali alla velocità media, che chiamiamo la *velocità della corrente d'aria*,  $v$ . L'espressione contenuta nell'equazione può essere utilizzata per calcolare la forza di sostentamento. Se le ali hanno larghezza  $w$  e apertura  $S$ , la loro area totale è  $wS$ , la spinta è data da:

$$L = wS p_{netta} = wS \rho v (v_t - v_b) \quad (8)$$



Gli esperimenti mostrano che per velocità molto minori della velocità del suono,  $v_t - v_b$  è proporzionale alla velocità della corrente d'aria  $v$ , con una costante di proporzionalità  $K$  (in genere  $K \ll 1$ ), che dipende dalla forma delle ali e dall'angolo dell'ala rispetto alla direzione dell'aereo. Un valore tipico della costante  $K$  è 0.12, cosicché per un piccolo aereo con area totale dell'ala di  $30 \text{ m}^2$ , velocità dell'aria di  $200 \text{ Km/s} = 56 \text{ m/s}$ , e con densità dell'aria di circa  $1.3 \text{ Kg/m}^3$ , la spinta è data da:

$$L = (0.12)(30 \text{ m}^2)(1.3 \text{ Kg/m}^3)(56 \text{ m/s})^2 = 1.6 \times 10^4 \text{ N}$$

Perciò la massa che può essere sollevata è  $(1.6 \times 10^4 \text{ N})(9.8 \text{ m/s}^2) \cong 1600 \text{ Kg}$ . Il fatto che l'aria sia comprimibile gioca un ruolo poco importante se la velocità relativa dell'ala e dell'aria è molto minore alla velocità del suono nell'aria,  $v_s \cong 330 \text{ m/s}$ . la differenza  $v_t - v_b$  è legata alla circolazione. La circolazione, come definita dall'equazione, è data approssimativamente da  $C = - (v_t - v_b) w$ . Da dove viene fisicamente la circolazione? Si può considerare la conservazione del momento angolare per dimostrare che la circolazione è una costante del moto per flusso laminare stazionario. Quando l'ala è in quiete rispetto all'aria, all'inizio del volo,  $C$  è zero. Per ottenere una circolazione, è necessario avere turbolenza, e questa è indotta dalla viscosità dell'aria e viene aumentata ulteriormente dalla presenza di piccole protuberanze (alettoni) sulle ali.

Le automobili da corsa sono progettate in modo che l'aria sotto alla macchina si muova più velocemente dell'aria al di sopra di essa, e venga esercitata una forte pressione verso il basso. Questo è importante per la corsa perché aumenta enormemente l'attrito tra le ruote ed il terreno e la forza d'attrito è, in ultima analisi, la responsabile della propulsione dell'auto.

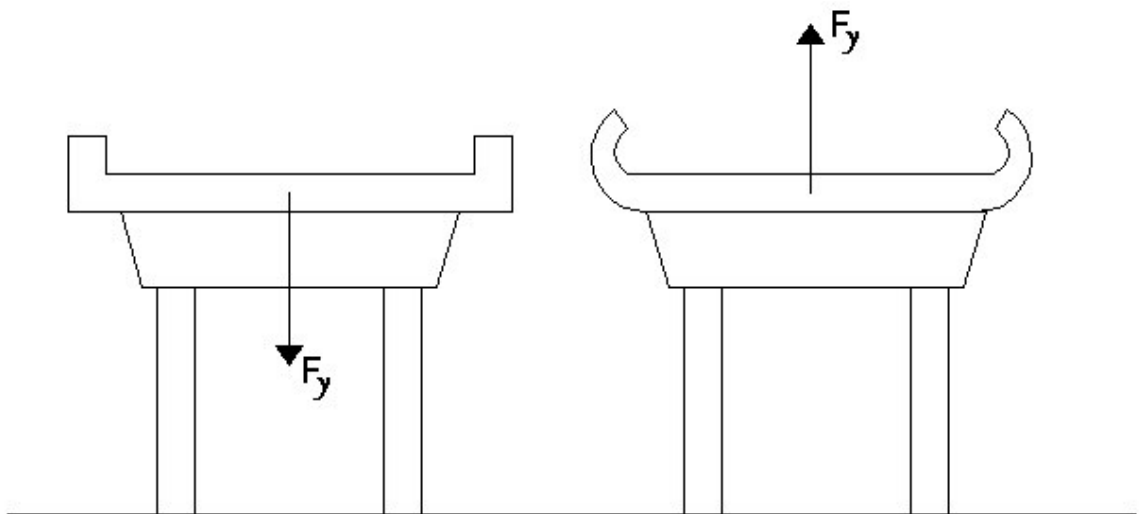


Fig. 14: Strutture di viadotti. A sinistra la forza di portanza è rivolta verso il basso, a destra verso l'alto, permettendo alla struttura di sopportare un maggior carico.

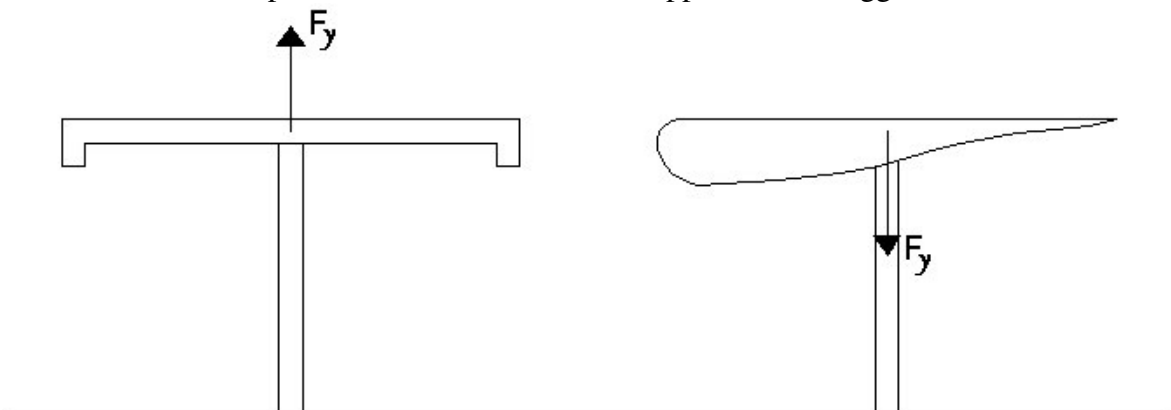


Fig. 15: Pensiline per stazioni di servizio. La struttura correttamente progettata è quella di destra, perché in grado di resistere maggiormente alla forza del vento.

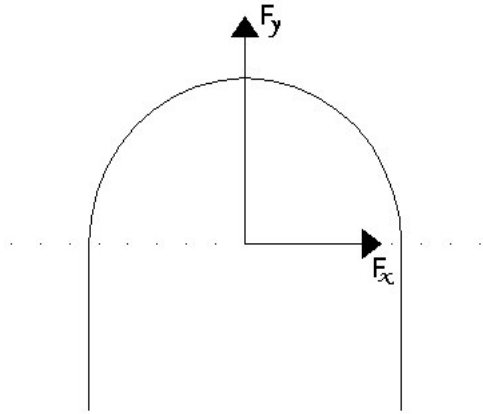


Fig. 16:  
Copertura di edificio, molto adatta ad essere caricata dall'alto.

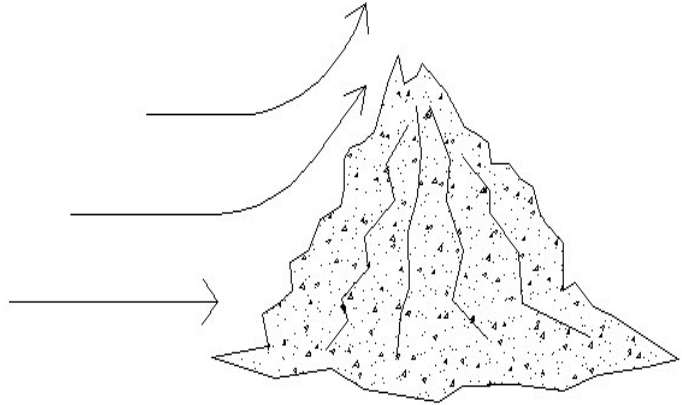
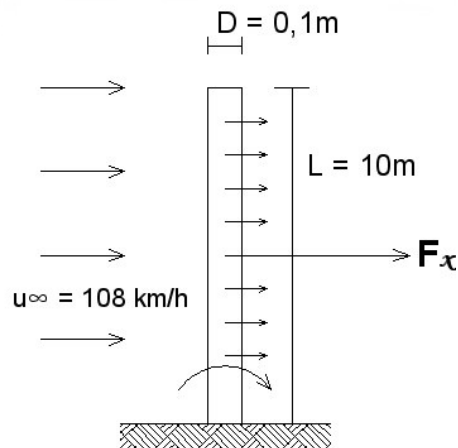


Fig. 17  
Andamento della forza del vento quando incontra una parete di una montagna.

### ESERCIZIO:

Trovare la forza di resistenza ( $F_x$ ) e il momento flettente (applicati nel baricentro) di un corpo cilindrico, con misure come da figura, incastrato nel terreno, sul quale agisce una corrente d'aria con velocità 108 km/h.



Calcoliamo l'area della sezione trasversale del cilindro:

$$A_x = D \cdot L = 1 \text{ m}^2$$

Noti la densità dell'aria ( $\rho_{ARIA} = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ ) e il suo coefficiente di viscosità ( $\nu = 17 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ ),

si trova: 
$$\text{Re} = \frac{u^\infty \cdot D}{\nu} = \frac{108 \cdot \frac{1000}{3600} \cdot 0,1}{17 \cdot 10^{-6}} = 163.400$$

Dalla tabella riportante il grafico di  $C_x$  in funzione di  $\text{Re}$  (vedi fig.10), si trova  $C_x = 1,2$ . Da cui:

$$F_x = C_x \frac{1}{2} u^\infty{}^2 \cdot \rho_{ARIA} \cdot A_x = 1,2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 27,77^2 \cdot 1,2 \cdot 1 = 555 \text{ N}$$

Per conoscere il momento flettente:

$$\text{Forza} \cdot \text{braccio} = 555 \cdot 5 = 2775 \text{ N}$$

Nella realtà si nota come il momento flettente sia maggiore alla base del cilindro.